

1. Laske $f(g(x))$ ja $g(f(x))$, kun

$$(a) f(x) = \sqrt{x+1} \quad \text{ja} \quad g(x) = x^2 \qquad (b) f(x) = \frac{1}{x} \quad \text{ja} \quad g(x) = x+3$$

Mitkä ovat yhdistettyjen funktioiden $f \circ g$ ja $g \circ f$ määrittelyjoukot?

(Määritelmä: $(f \circ g)(x) = f(g(x))$). Funktion $f \circ g$ määrittelyjoukkoon kuuluvat ne muuttujan x arvot, joilla sekä $g(x)$ että $f(g(x))$ on määritelty.)

2. Etsi ulkofunktio g ja sisäfunktio f , joiden yhdistetty funktio $g(f(x))$ on

$$(a) \sqrt{2x^4 + x^2 + 3} - 5$$

$$(b) \frac{x+2}{x^2+4x+5}$$

(Vaihtoehtoja on useita; älä kuitenkaan valitse $g(x) = x$ tai $f(x) = x$. Kohdassa (b) nimittäjä kannattaa täydentää neliöön.)

3. Tarkastellaan funktiota $f: [0, 6] \rightarrow A_f$, $f(x) = \frac{2x}{3} + 2$.

(a) Millä muuttujan x arvolla toteutuu yhtälö $f^{-1}(x) = 2$?

(b) Määrää käänteisfunktio f^{-1} .

(c) Piirrä funktioiden f ja f^{-1} kuvaajat samaan koordinaatistoon.

4. Eskon työmatka on 40 km. Ensimmäiset 10 km on soratietä, jolla nopeusrajoitus on 60 km/h. Seuraavat 20 km on valtatietä, jolla saa ajaa 80 km/h. Viimeisellä 10 kilometrin osuudella nopeusrajoitus on 100 km/h. Muodosta funktio, joka kuvaa Eskon kulkeman matkan riippuvuutta matkaan käytetystä ajasta (esitä kertyneet kilometrit lähtöhetkestä kuluneiden minuuttien funktiona). Oletuksena on, että Esko pystyy ajamaan työmatkansa niin nopeasti kuin laki sallii.

5. Muodosta edellisen tehtävän funktion käänteisfunktio. (Käänteisfunktion kuvaaja on tietyt neljä pistettä yhdistävä murtoviiva. Palauta mieleen, mikä on kahden annetun pisteen kautta kulkevan suoran yhtälö.) Kuinka monta minuuttia on kulunut lähdöstä, kun Esko on ajanut 22 km?

6. Sievennä/laske

$$(a) \sqrt{(\sqrt{3}-3)^2}$$

$$(b) \frac{\sqrt[3]{-96}}{\sqrt[3]{12}}$$

$$(c) \sqrt{8} + \sqrt{18} - \sqrt{2}$$

$$(d) \sqrt{x(x-3)^2} + \sqrt{x(x-1)^2}, \quad \text{kun } 1 \leq x \leq 3.$$

7. Ratkaise yhtälö

$$\sqrt[3]{3x^2 - x^3} = 1 - x.$$