

1. (a) Määritä toispuoleiset raja-arvot $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ ja $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ funktiolle

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x, & \text{kun } x < 1 \\ 2x - 1, & \text{kun } x \geq 1 \end{cases}$$

ja piirrä tämän funktion kuvaaja.

- (b) Määritä

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x}}{x - \sqrt{x}}.$$

2. Pisteen $(2, 3)$ kulkeva laskeva suora leikkaa x -akselin pisteessä $A = (a, 0)$ ja y -akselin pisteessä $B = (0, h)$. Olkoon C piste $(2, 0)$. Määritä kolmion ABC ala $\frac{1}{2}(a - 2)h$ muuttujan a funktiona ja laske alan raja-arvo, kun piste A lähestyy pistettä C .

3. Määritä vakioille a ja b arvot, joilla funktio

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 + ax - 5}{x - 1}, & \text{kun } x \neq 1 \\ b, & \text{kun } x = 1 \end{cases}$$

on jatkuva kaikkialla.

4. Piirrä käyrät $y = 3 - x$ ja $y = \ln x$ ja päätele kuvasta, että yhtälöllä

$$\ln x = 3 - x$$

on täsmälleen yksi ratkaisu. Hae ratkaisulle likiarvo yhden desimaalin tarkkuudella Bolzanon lauseen avulla.

5. Määrää funktion $f(x) = x^3 - 2x + 1$ kuvaajalle pisteeseen $(2, 5)$ piirretyn tangenttisuoran yhtälö.

6. Derivoi funktiot

(a) $f(x) = x^5 + 3x^4 - 3x^2 + 9$

(b) $g(x) = \frac{2}{\sqrt{x}} - \frac{\sqrt[3]{x}}{3} \quad (x > 0)$

(c) $u(x) = (x \sin x + \cos x) e^x$

(d) $v(x) = \frac{2x\sqrt{x} + 3}{2x + 1} \quad (x > 0)$

7. Funktioista f ja g tiedetään, että $g(x) = x^2 f(x)$ kaikilla x . Lisäksi $f(-3) = 2$ ja $f'(-3) = 11$. Laske $g'(-3)$.

Kurssin kotisivu:

<http://www.math.jyu.fi/ylemat/Propedeuttinen/>