

Kolikonheitto

Mirja ja Pentti heittävät kolikkoa palkinnosta. He sopivat, että peli loppuu, kun toinen on voittanut 3 heittoa ja hän saa palkinnon.

Kolme heiton jälkeen tilanne on seuraava: Mirja on voittanut 2 ja Pentti 1 heittoa. Millä todennäköisyydellä Pentti saa palkinnon?

Ongelmalle on esitetty kaksi erilaista ratkaisua A ja B.

Tehtävänne on valmistautua puolustamaan teille annettua ratkaisua ja esittämään kritiikkiä toiselle ratkaisulle.

Ratkaisu A

Peli voi jatkua seuraavasti:

<i>4. heitto</i>	<i>5. heitto</i>	<i>Palkinnon saa</i>
Pentti voittaa	Pentti voittaa	Pentti
Pentti voittaa	Mirja voittaa	Mirja
Mirja voittaa	–	Mirja

Pentin todennäköisyys voittaa peli on $\frac{1}{3}$.

Ratkaisu B

Peli voi jatkua seuraavasti:

<i>4. heitto</i>	<i>5. heitto</i>	<i>Palkinnon saa</i>
Pentti voittaa	Pentti voittaa	Pentti
Pentti voittaa	Mirja voittaa	Mirja
Mirja voittaa	(Pentti voittaisi)	Mirja
Mirja voittaa	(Mirja voittaisi)	Mirja

Pentin todennäköisyys voittaa peli on $\frac{1}{4}$.

Opettajalle

Ehdotus tunnin rakenteesta:

Alustus (5 min)

- Opettaja heijastaa ja selittää tehtävän.
- Oppilaat siirtyvät ryhmiin (2–3 hlö)
- Puolet ryhmistä suurin piirtein luokan vasemmalle ja puolet oikealle puolelle.

Ryhmätyö (15 min)

- Opettaja jakaa luokan vasemman ja oikean puolen ryhmille tehtäväpaperit, joissa lukee kumpaa ratkaisua he puolustavat ja kumpaa kritisovat (*ks. liitteet*).

Loppukeskustelu (15 min)

- Opettaja toteaa, että nyt pyritään puolustamaan ja kritisoidaan määrättyä ratkaisua vaikka olisikin toisen ratkaisun kannalla ja että lopuksi oppilaat saavat ilmaista aidon mielipiteensä.
- Luokan toinen puoli aloittaa esittämällä yhden kritiikin. Toinen puoli pyrkii puolustautumaan kritiikiltä. Sama jatkuu niin, että puolet esittävät vuorotellen kritiikkiä.
- Jos keskustelua ei synny, luokan puolia voi pyytää pitämään keskenään strategia-palaverin, miten voisivat puolustautua tai kritisoida toista ratkaisua.
- Lopuksi opettaja korostaa, että ratkaisu A on virheellinen, koska taulukon kolmas rivi (Mirja voittaa 4. heiton) on yhtä todennäköinen kuin kaksi muuta riviä yhteensä (Pentti voittaa 4. heiton). Ratkaisun B vastaus on oikein, mutta täytyy olla varovainen, ettei väitä tapahtuvan jotain, mitä ei oikeasti tapahdu (heittäminen vielä voiton jälkeen).

Ratkaisuista:

- Ratkaisua A puolustavat ja ratkaisua B kritisovat voivat huomata, että ratkaisussa A on listattu kaikki mahdolliset tapaukset kun taas ratkaisussa B on merkitty heittoja, joita ei oikeasti suoritettaisi.
- Ratkaisua B puolustavat ja ratkaisua A kritisovat voivat huomata, että ratkaisussa B Mirjalla ja Pentillä on kummallakin $\frac{1}{2}$ todennäköisyys voittaa neljäs heitto kun taas ratkaisussa A Pentillä olisi suurempi todennäköisyys.
- Vaikka ratkaisu B on selvästi parempi kuin A, voi sitäkin kritisoida, kun siinä listataan tapahtumia, joita ei oikeasti tapahdu. Toisaalta ratkaisussa B näkyy, että 4. heitolla Pentillä ja Mirjalla on yhtäläiset mahdollisuudet voittaa. Ehkä ratkaisua B voisi selventää, jos merkitsee viivat kuten alla.

4. heitto	5. heitto	Palkinnon saa
Pentti voittaa	Pentti voittaa	Pentti
Pentti voittaa	Mirja voittaa	Mirja
Mirja voittaa	–	Mirja
Mirja voittaa	–	Mirja

- Tehtävän opetus on se, että kaava ”P = suotuisat / kaikki tapahtumat” toimii vain, jos tapahtumat ovat yhtä todennäköisiä.
- Halutessaan peräkkäisten tapahtumien todennäköisyyttä voi havainnollista tehtävän kontekstissa:

4. heitto	5. heitto
Pentti voittaa $p = \frac{1}{2}$	Pentti voittaa $p = \frac{1}{4}$ (puolet puolesta voidaan laskea $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$)
	Mirja voittaa $p = \frac{1}{4}$ (puolet puolesta voidaan laskea $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$)
Mirja voittaa $p = \frac{1}{2}$	

Seuraavilla sivuilla on tehtäväpaperit (kaksi erilaista):

Kolikonheitto

Mirja ja Pentti heittävät kolikkoa palkinnosta. He sopivat, että peli loppuu, kun toinen on voittanut 3 heittoa ja hän saa palkinnon.

Kolme heiton jälkeen tilanne on seuraava: Mirja on voittanut 2 ja Pentti 1 heittoa. Millä todennäköisyydellä Pentti saa palkinnon?

Ongelmalle on esitetty kaksi erilaista ratkaisua A ja B.

Tehtävänne on valmistautua puolustamaan teille annettua ratkaisua ja esittämään kritiikkiä toiselle ratkaisulle.

Puolustettava ratkaisu:

Ratkaisu A

Peli voi jatkua seuraavasti:

4. heitto	5. heitto	Palkinnon saa
Pentti voittaa	Pentti voittaa	Pentti
Pentti voittaa	Mirja voittaa	Mirja
Mirja voittaa	–	Mirja

Pentin todennäköisyys voittaa peli on $\frac{1}{3}$.

Kritisoitava ratkaisu:

Ratkaisu B

Peli voi jatkua seuraavasti:

4. heitto	5. heitto	Palkinnon saa
Pentti voittaa	Pentti voittaa	Pentti
Pentti voittaa	Mirja voittaa	Mirja
Mirja voittaa	(Pentti voittaisi)	Mirja
Mirja voittaa	(Mirja voittaisi)	Mirja

Pentin todennäköisyys voittaa peli on $\frac{1}{4}$.

Kolikonheitto

Mirja ja Pentti heittävät kolikkoa palkinnosta. He sopivat, että peli loppuu, kun toinen on voittanut 3 heittoa ja hän saa palkinnon.

Kolme heiton jälkeen tilanne on seuraava: Mirja on voittanut 2 ja Pentti 1 heittoa. Millä todennäköisyydellä Pentti saa palkinnon?

Ongelmalle on esitetty kaksi erilaista ratkaisua A ja B.

Tehtävänne on valmistautua puolustamaan teille annettua ratkaisua ja esittämään kritiikkiä toiselle ratkaisulle.

Kritisoitava ratkaisu:

Ratkaisu A

Peli voi jatkua seuraavasti:

4. heitto	5. heitto	Palkinnon saa
Pentti voittaa	Pentti voittaa	Pentti
Pentti voittaa	Mirja voittaa	Mirja
Mirja voittaa	–	Mirja

Penttin todennäköisyys voittaa peli on $\frac{1}{3}$.

Puolustettava ratkaisu:

Ratkaisu B

Peli voi jatkua seuraavasti:

4. heitto	5. heitto	Palkinnon saa
Pentti voittaa	Pentti voittaa	Pentti
Pentti voittaa	Mirja voittaa	Mirja
Mirja voittaa	(Pentti voittaisi)	Mirja
Mirja voittaa	(Mirja voittaisi)	Mirja

Penttin todennäköisyys voittaa peli on $\frac{1}{4}$.