## Kolikonheitto

Mirja ja Pentti heittävät kolikkoa palkinnosta. He sopivat, että peli loppuu, kun toinen on voittanut 3 heittoa ja hän saa palkinnon.

Kolme heiton jälkeen tilanne on seuraava: Mirja on voittanut 2 ja Pentti 1 heittoa. Millä todennäköisyydellä Pentti saa palkinnon?

Ongelmalle on esitetty kaksi erilaista ratkaisua A ja B.

Tehtävänne on valmistautua puolustamaan teille annettua ratkaisua ja esittämään kritiikkiä toiselle ratkaisulle.

**Ratkaisu A**

Peli voi jatkua seuraavasti:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *4. heitto* | *5. heitto* | *Palkinnon saa* |
| Pentti voittaa | Pentti voittaa | Pentti |
| Pentti voittaa | Mirja voittaa | Mirja |
| Mirja voittaa | – | Mirja |

Pentin todennäköisyys voittaa peli on $\frac{1}{3}$.

**Ratkaisu B**

Peli voi jatkua seuraavasti:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *4. heitto* | *5. heitto* | *Palkinnon saa* |
| Pentti voittaa | Pentti voittaa | Pentti |
| Pentti voittaa | Mirja voittaa | Mirja |
| Mirja voittaa | (Pentti voittaisi) | Mirja |
| Mirja voittaa | (Mirja voittaisi) | Mirja |

Pentin todennäköisyys voittaa peli on $\frac{1}{4}$.

Opettajalle

**Ehdotus tunnin rakenteesta:**

Alustus (5 min)

* Opettaja heijastaa ja selittää tehtävän.
* Oppilaat siirtyvät ryhmiin (2–3 hlö)
* Puolet ryhmistä suurin piirtein luokan vasemmalle ja puolet oikealle puolelle.

Ryhmätyö (15 min)

* Opettaja jakaa luokan vasemman ja oikean puolen ryhmille tehtäväpaperit, joissa lukee kumpaa ratkaisua he puolustavat ja kumpaa kritisoivat (*ks. liitteet*).

Loppukeskustelu (15 min)

* Opettaja toteaa, että nyt pyritään puolustamaan ja kritisoimaan määrättyä ratkaisua vaikka olisikin toisen ratkaisun kannalla ja että lopuksi oppilaat saavat ilmaista aidon mielipiteensä.
* Luokan toinen puoli aloittaa esittämällä yhden kritiikin. Toinen puoli pyrkii puolustautumaan kritiikiltä. Sama jatkuu niin, että puolet esittävät vuorotellen kritiikkiä.
* Jos keskustelua ei synny, luokan puolia voi pyytää pitämään keskenään strategia-palaverin, miten voisivat puolustautua tai kritisoida toista ratkaisua.
* Lopuksi opettaja korostaa, että ratkaisu A on virheellinen, koska taulukon kolmas rivi (Mirja voittaa 4. heiton) on yhtä todennäköinen kuin kaksi muuta riviä yhteensä (Pentti voittaa 4. heiton). Ratkaisun B vastaus on oikein, mutta täytyy olla varovainen, ettei väitä tapahtuvan jotain, mitä ei oikeasti tapahdu (heittäminen vielä voiton jälkeen).

**Ratkaisuista:**

* Ratkaisua A puolustavat ja ratkaisua B kritisoivat voivat huomata, että ratkaisussa A on listattu kaikki mahdolliset tapaukset kun taas ratkaisussa B on merkitty heittoja, joita ei oikeasti suoritettaisi.
* Ratkaisua B puolustavat ja ratkaisua A kritisoivat voivat huomata, että ratkaisussa B Mirjalla ja Pentillä on kummallakin ½ todennäköisyys voittaa neljäs heitto kun taas ratkaisussa A Pentillä olisi suurempi todennäköisyys.
* Vaikka ratkaisu B on selvästi parempi kuin A, voi sitäkin kritisoida, kun siinä listataan tapahtumia, joita ei oikeasti tapahdu. Toisaalta ratkaisussa B näkyy, että 4. heitolla Pentillä ja Mirjalla on yhtäläiset mahdollisuudet voittaa. Ehkä ratkaisua B voisi selventää, jos merkitsee viivat kuten alla.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *4. heitto* | *5. heitto* | *Palkinnon saa* |
| Pentti voittaa | Pentti voittaa | Pentti |
| Pentti voittaa | Mirja voittaa | Mirja |
| Mirja voittaa | – | Mirja |
| Mirja voittaa | – | Mirja |

* Tehtävän opetus on se, että kaava ”P = suotuisat / kaikki tapahtumat” toimii vain, jos tapahtumat ovat yhtä todennäköisiä.
* Halutessaan peräkkäisten tapahtumien todennäköisyyttä voi havainnollista tehtävän kontekstissa:

|  |  |
| --- | --- |
| *4. heitto* | *5. heitto* |
| Pentti voittaap = ½ | Pentti voittaap = ¼ (puolet puolesta voidaan laskea ½ ⋅ ½) |
| Mirja voittaap = ¼ (puolet puolesta voidaan laskea ½ ⋅ ½) |
| Mirja voittaap = ½  |  |
|

*Seuraavilla sivuilla on tehtäväpaperit (kaksi erilaista):*

## Kolikonheitto

Mirja ja Pentti heittävät kolikkoa palkinnosta. He sopivat, että peli loppuu, kun toinen on voittanut 3 heittoa ja hän saa palkinnon.

Kolme heiton jälkeen tilanne on seuraava: Mirja on voittanut 2 ja Pentti 1 heittoa. Millä todennäköisyydellä Pentti saa palkinnon?

Ongelmalle on esitetty kaksi erilaista ratkaisua A ja B.

Tehtävänne on valmistautua puolustamaan teille annettua ratkaisua ja esittämään kritiikkiä toiselle ratkaisulle.

*Puolustettava ratkaisu:*

**Ratkaisu A**

Peli voi jatkua seuraavasti:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *4. heitto* | *5. heitto* | *Palkinnon saa* |
| Pentti voittaa | Pentti voittaa | Pentti |
| Pentti voittaa | Mirja voittaa | Mirja |
| Mirja voittaa | – | Mirja |

Pentin todennäköisyys voittaa peli on $\frac{1}{3}$.

*Kritisoitava ratkaisu:*

**Ratkaisu B**

Peli voi jatkua seuraavasti:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *4. heitto* | *5. heitto* | *Palkinnon saa* |
| Pentti voittaa | Pentti voittaa | Pentti |
| Pentti voittaa | Mirja voittaa | Mirja |
| Mirja voittaa | (Pentti voittaisi) | Mirja |
| Mirja voittaa | (Mirja voittaisi) | Mirja |

Pentin todennäköisyys voittaa peli on $\frac{1}{4}$.

## Kolikonheitto

Mirja ja Pentti heittävät kolikkoa palkinnosta. He sopivat, että peli loppuu, kun toinen on voittanut 3 heittoa ja hän saa palkinnon.

Kolme heiton jälkeen tilanne on seuraava: Mirja on voittanut 2 ja Pentti 1 heittoa. Millä todennäköisyydellä Pentti saa palkinnon?

Ongelmalle on esitetty kaksi erilaista ratkaisua A ja B.

Tehtävänne on valmistautua puolustamaan teille annettua ratkaisua ja esittämään kritiikkiä toiselle ratkaisulle.

*Kritisoitava ratkaisu:*

**Ratkaisu A**

Peli voi jatkua seuraavasti:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *4. heitto* | *5. heitto* | *Palkinnon saa* |
| Pentti voittaa | Pentti voittaa | Pentti |
| Pentti voittaa | Mirja voittaa | Mirja |
| Mirja voittaa | – | Mirja |

Pentin todennäköisyys voittaa peli on $\frac{1}{3}$.

*Puolustettava ratkaisu:*

**Ratkaisu B**

Peli voi jatkua seuraavasti:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *4. heitto* | *5. heitto* | *Palkinnon saa* |
| Pentti voittaa | Pentti voittaa | Pentti |
| Pentti voittaa | Mirja voittaa | Mirja |
| Mirja voittaa | (Pentti voittaisi) | Mirja |
| Mirja voittaa | (Mirja voittaisi) | Mirja |

Pentin todennäköisyys voittaa peli on $\frac{1}{4}$.