

Kirjoita tekemiesi havaintojen pohjalta lyhyt kirjallinen raportti (max 4 sivua + liitteet).

- Raportti on palautettava pdf-muodossa sähköpostitse viimeistään **ma 13.10.2014 klo 16** (myöhästyminen alentaa työn arvosanaa)
- Työ arvostellaan asteikolla 0-6. Arvosana 1 on hyväksytyt raja
- Harjoitus ja sen raportti tehdään 2-3 hengen ryhmissä
- Teksti kirjoitetaan kokonaisiin lausein, pelkkä lista vastauksista ei kelpaa
- Raportin saa kirjoittaa millä tahansa tekstieditorilla suomeksi tai englanniksi
- Ohjelmointikieli on vapaa

Raportin tulee sisältää:

- Tekijöiden nimet ja opiskelijanumerot
- Kurssin koodi ja nimi, päivämäärä
- Johdanto, jossa annettu tehtävä kuvataan huolellisesti
- Vastaukset annettuihin kysymyksiin sekä tarkka kuvaus siitä, miten vastauksiin on päädytty
- Liitteet, jotka sisältävät ratkaisussa käytetyt koodinpätkät

Pikavippifirman vuosituotto

Pikavippifirma Strata myöntää 100 euron lainoja yhdeksi kuukaudeksi 20% kuukausikorolla ja lainaajat maksavat lainan takaisin 85% todennäköisyydellä. Strata myöntää joka kuukausi niin monta lainaa kuin sen kassavaranto sallii, mutta ei kuitenkaan koskaan yli tuhatta lainaa. Alkupääoma on 100000 euroa ja liiketoiminnasta koituu 1500 euron suuriset kiinteät kulut joka kuukausi. Oletetaan lisäksi, että lainat myönnetään aina kuun ensimmäisenä päivänä ja maksetaan takaisin kuun viimeisenä päivänä (tai ei ollenkaan).

1. Simuloi yksi otospolku, joka kuvaa Stratan tuoton kehitystä vuoden ajalta.
 - (a) Piirrä otospolkuun liittyvät Stratan kuukausittaiset tuotot ajan funktiona.
 - (b) Piirrä otospolkuun liittyvä Stratan tuottojen kertymä ajan funktiona.
2. Simuloi 10000 otosta Stratan tuoton kehitykselle.
 - (a) Demonstroi vuosituottojen jakaumaa histogrammin avulla.
 - (b) Arvioi vuosituoton odotusarvoa ja keskihajontaa.
 - (c) Arvioi todennäköisyyttä, jolla Strata tuottaa voittoa.
 - (d) Arvioi summaa, jonka Stratan vuosituotto ylittää 95% todennäköisyydellä (ns. Value at Risk).
 - (e) Mikä on keskimääräinen tuotto ehdolla, että yllä laskettu Value at Risk ei ylity?
3. Pikavippifirma Zysk tarjoaa lainoja 15% kuukausikorolla. Zysk toimii täsmälleen samalla periaatteella kuin Strata, mutta se tarkastaa lainaajien luottotiedot ennen lainojen myöntämistä, jonka vuoksi takaisinmaksutodennäköisyys on 90%. Luottotietojen tarkistamisen johdosta Zyskin kiinteät kuukausikulut ovat kaksinkertaiset Strataan verratuna.

Vertaile Zyskin ja Stratan tuottoja ja riskejä. Kumman toimintastrategian itse valitsisit? Perustele vastauksesi.

Ohje

Merkitään

$$\begin{aligned}a &= \text{lainasumma euroina} \\k &= \text{kuukausikorko} \\p &= \text{takaisinmaksutodennäköisyys} \\c &= \text{alkupääoma} \\n &= \text{kuukausien määrä} \\e &= \text{kiinteät kuukausikulut}\end{aligned}$$

Silloin ensimmäisessä kuussa annettujen lainojen määrä on

$$l = \min \left(\left\lfloor \frac{c - e}{a} \right\rfloor, 1000 \right),$$

missä $\lfloor x \rfloor = \max\{m \in \mathbb{Z} : m \leq x\}$.

Ensimmäisen kuukauden tuoton simulointi

Simuloidaan indikaattorivektori $\mathbb{I} = (\mathbb{I}_1, \dots, \mathbb{I}_l)$, joka kertoo ketkä ovat maksaneet lainansa takaisin ja ketkä eivät. Jos vektorin j :s komponentti on 0, niin lainaa ei ole maksettu ja jos se on 1, niin laina on maksettu. Simuloidaan ensin satunnaisvektori $U = (U_1, \dots, U_l)$, jossa on l komponenttia ja komponentit ovat riippumattomia satunnaislukuja välin $[0,1]$ tasajakaumasta. Asetetaan sen jälkeen

$$\mathbb{I}_j = \begin{cases} 0, & \text{jos } U_j \leq 1 - p \\ 1, & \text{jos } U_j > 1 - p \end{cases}$$

kaikilla $j = 1, \dots, l$. Ensimmäisen kuukauden tuotto Y_1 on lainaajilta takaisin saadut maksut, josta on vähennetty alussa lainattu kokonaissumma sekä kiinteät kulut

$$Y_1 = \left(\sum_{j=1}^l \mathbb{I}_j (1 + k)a \right) - la - e.$$

Muiden kuukausien tuoton simulointi

Oletetaan, että kuukauden $i - 1$ tuotto Y_{i-1} on simuloitu, jolloin kuukauden i alkupääoma C_i on edellisen kuukauden alkupääoman ja kuukausituoton summa, eli

$$C_i = C_{i-1} + Y_{i-1}.$$

Kuukauden i lainojen määrä saadaan kaavasta

$$l = \min \left(\left\lfloor \frac{(C_i - \min(e, C_i))}{a} \right\rfloor, 1000 \right),$$

sillä lainojen määrä ei voi olla negatiivinen, eikä enemmän kuin 1000. Kuukausituoton Y_i simulointi tehdään tämän jälkeen täsmälleen samaan tapaan kuin ensimmäisen kuukauden tuoton simulointi.

Vuosituotto

Simuloidut vuosituotot V saadaan laskemalla otospolun kuukausituotot ($n = 12$) yhteen,

$$V = \sum_{i=1}^{12} Y_i.$$

Vuosituottojen jakaumaa voidaan tarkastella simuloimalla suuri määrä otoksia ja laskemalla niille tunnuslukuja tai piirtämällä histogrammi. Simuloidaan siis M kappaletta kuukausituottojen otoksia $\mathcal{Y}_m = \{Y_{m,1}, \dots, Y_{m,12}\}$ joista saadaan laskettua M simuloitua vuosituottoa V_m ,

$$V_m = \sum_{i=1}^{12} Y_{m,i}, \quad m = 1, \dots, M.$$

Odotusarvoa voidaan arvioida simuloitujen vuosituottojen keskiarvolla ja keskihajontaa otoskeskihajonnalla. Vuosituoton jakauman häntiä voidaan tarkastella järjestämällä ensin simuloidut vuosituotot pienimmästä suurimpaan. Jos simuloituja polkuja on esimerkiksi 1000 kappaletta, niin kahdeskymmenes otos järjestetystä otoskokoelmasta kuvaa tuottoa, jota ei aliteta todennäköisyydellä 0.02 ($20/1000=0.02$).