

Tehtävissä 1-3 seikkaillaan retkujen ja rehtien saarella. Tämän saaren asukkaat ovat joko rehtejä, jotka puhuvat aina totta, tai retkuja, jotka valehtelevat aina. Törmäät saarella sen asukkaisiin A ja B . Sanotaan, että A ja B ovat samaa tyyppiä jos molemmat A ja B ovat joko rehtejä tai retkuja ja muissa tapauksissa sanomme, että A ja B ovat eri tyyppiä.

1. A sanoo: "Vähintään yksi meistä on retku". Mitä tyyppiä ovat A ja B ?
2. A sanoo: "Olemme molemmat samaa tyyppiä" ja B jatkaa: "Olemme eri tyyppiä". Mitä tyyppiä ovat A ja B ?
3. A sanoo: "Jos minä olen rehti niin B on rehti". Mitä tyyppiä ovat A ja B ?
4. Luettele kaikki joukon $A = \{0, 1, 2, 3\}$ osajoukot. Miten moni näistä ei sisällä alkiota 2?
5. Päättele totuustaulukon avulla
 - (a) että suora käänteinen päättely $[P \wedge (\neg Q \Rightarrow \neg P)] \Rightarrow Q$ on tautologia (eli aina tosi).
 - (b) ovatko lauseet $\neg(P \wedge Q \Rightarrow R)$ ja $\neg P \vee \neg Q \vee R$ ekvivalentit.
6. Mitkä seuraavista reaalityyppilukujen koskevista väittämistä ovat tosia ja mitkä epätosia?
 - (a) Jos $2x > 3$ niin $x > 2$
 - (b) Jos $4x < 20$ niin $x < 100$ tai $x^2 + 3x - 2 = 0$
 - (c) $x < 4$ jos ja vain jos $x < 16$ ja $2x < 16$
7. Muotoile väitelause $\forall x \in \mathbb{Z} \exists y \in \mathbb{Z} : x - y < 1$ sanallisesti ja muodosta sen negaatio. Kumpi näistä on tosi? Perustele!
8. Vilellä on edessään tentti, jossa on viisi oikein/väärin kysymystä. Ville tuntee tentaattorin tavat hyvin ja tietää, että tenteissä on aina enemmän oikeita väittämiä kuin vääriä. Lisäksi hän tietää, ettei kolmen peräkkäisen kysymyksen vastaus ole sama. Luettuaan ensimmäisen ja viimeisen kysymyksen Ville toteaa, että näillä täytyy olla vastakkaiset vastaukset. Hän tietää vastauksen ainoastaan toiseen kysymykseen ja tämä riittää vakuuttamaan hänet siitä, että hän tietää kaikki oikeat vastaukset. Mikä oli kysymyksen kaksi vastaus? Entä kysymyksen viisi?
9. Osoita, että $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$. Piirrä Venn-diagrammi perustelujen tueksi.
10. Oletetaan, että sinulla on 8×8 shakkilauta kuten kuvassa. Poistetaan laudasta vasen yläkulma (musta ruutu). Voitko koota tällaisen laudan 2×1 dominoista? (Domino koostuu mustasta 1×1 neliöstä ja valkoisesta 1×1 neliöstä) Entäs jos poistetaan edellisen lisäksi myös oikea alakulma (musta ruutu)?

