APPROBATUR 3 (MATP170)
Harjoitus 2
Torstai 9.4. 18-20 MaD259
Perjantai 10.4. 10-12 MaD381 ja 12-14 MaD245

JYVÄSKYLÄN YLIOPISTO

---

1. Osoita induktiolla, että $1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{1}{2}n(n+1)$ pätee kaikille $n \in \mathbb{N}$. Osaatko näyttää tämän ilman induktiota?

2. Oletetaan, että olet juhlissa joissa on $n+1$ ($n \in \mathbb{N}$) osanottajaa. Juhlat ovat hyvin eurooppalaiset, ja näin ollen jokainen vieraista kättelee toisensa. Miten monta kättelyä tuli kaiken kaikkiin tehtyä?

3. Määrää kaikki luvun 496 positiiviset tekijät. Summaa nämä yhteen lukuunottamatta lukua 496, mitä huomaat?

4. Näytä, että luku $n^3 + 2n$ on jaollinen luvulla 3 kaikille $n \in \mathbb{N}$.

5. Määritä lukujen 2626 ja 1104 suurin yhteinen tekijä ja ilmoita se muodossa $2626a + 1104b$ joillekin $a, b \in \mathbb{Z}$.

6. Joukko nimeltä juoruajat koostuu n ($n \in \mathbb{N}$) ihmisestä, joista jokainen tietää skandaalin mitä kukaan muu juoruaja ei tiedä. Juoruajat kommunikoivat puhelimen välityksellä. Kun kaksi juoruajaa ovat puhelimessa, he jakavat keskenään kaikki skandaalit mitkä tietävät. Olkoon $S(n)$ se puheluiden vähimmäismäärä, joiden jälkeen kaikki juoruajat tietävät kaikki skandaalit.

(a) Selvitä $S(1)$, $S(2)$, $S(3)$ ja $S(4)$.

(b) Osoita, että $S(n) \leq 2n - 4$ kun $n \geq 4$. (Vihje: induktio)

7. Osoita, että kokonaisluvulle n pätee, että n on pariton jos ja vain jos n^2 on pariton. Onko sama totta parillisuudelle?

8. Olkoot $a, b, m, n, p \in \mathbb{Z}$ siten, että $p|m$ ja $p|n$. Näytä, että

$$p|(am + bn).$$

9. Osoita, että jos luonnolliselle luvulle n luku $2n + 1$ on kokonaisluvun neliö niin luku $n + 1$ on kahden kokonaisluvun neliön summa..

10. Todista luentojen Lemma 3.10: Olkoot $n, m \in \mathbb{Z}$. Tällöin $d = \mathrm{syt}(m, n)$ jos ja vain jos, $d \in \mathbb{N}$ on lukujen m ja n yhteinen tekijä ja jos e on lukujen m ja n yhteinen tekijä niin $e|d$.(Vihje: $\mathrm{syt}(m, n) = am + bn$ joillekin $a, b \in \mathbb{Z}$).

Laskuryhmät Ti 18-20 MaD259, Ke 10-12 MaD381 ja 12-14 MaD245