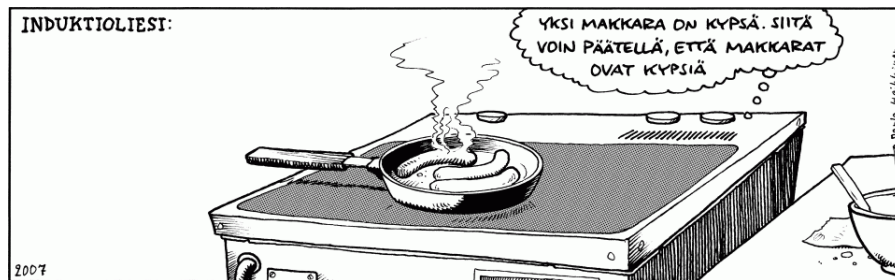


Logiikka ja joukko-oppi

- Loogisten konnektiivien perusteet ja argumenttien perustelu = "todistukset"
- Joukko-opin peruskäsitteet ja Venn-diagrammit.

Matemaattinen induktio



Lukuteoria

- Lukuteorian peruskäsitteet, alkuluvut, jaollisuus ja jakoyhtälö.
- Suurin yhteinen tekijä, Eukleideen algoritmi ja sen kääntäminen.
- Pienin yhteinen jaettava, Alkutekijäesitys ja sen yksikäsitteisyys, Eukleideen lemma.

Jäännösluokkarengaat

- Jäännösluokkarengaiden määritelmät ja laskutoimitukset. Kelloaritmetiikkaa.
- Alkuluvulla jaettaessa saadaan erityinen jäännösluokkarengas, missä kaikki (nollasta eriävät) alkiot kääntyvät.
- Lineaariset kongruenssiyhtälöt ja niiden ratkaiseminen.
- Erilaiset salausten menetelmät ja julkisen avaimen RSA-salaus

Permutaatiot ja Symmetriat

- Permutaatioiden perusominaisuudet, käänteispermutaatio, ryhmärakenne.
- Permutaatioiden esitykset erillisten kiertojen tulona ja paikanvaihtojen tulona. Parillisuus ja parittomuus.
- Tasokuvioiden ja avaruuskappaleiden symmetriat ja niiden esittäminen permutaatioiden avulla. Da Vincin Lause. Avaruuskappaleen kiertoryhmät ja De Vinci lauseen vastine kolmeen ulottuvuuteen.

- Mitkä seuraavista kokonaislukuja koskevista väitteistä ovat tosia ja mitkä epätosia? Perustele vastauksesi!
 - Jos $6x - 2 < 20$, niin $x < 1$
 - Jos $2x < 64$ niin $x < 35$ tai $x^2 + 6x - 1 = 1$.
 - $2x \geq 3$ jos ja vain jos $x \geq 2$
- Käytössäsi on viiden ja kolmen litran astiat ja lähde vedelle. Miten mittaat näiden astioiden avulla 4 litraa vettä? Entä miten mittaat litran vettä? Miten tämän tehtävän ratkaiseminen liittyy suurimpaan yhteiseen tekijään luvuista 5 ja 3?



- Osoita matemaattista induktiota käyttäen, että kaikille $n \in \mathbb{N}$ pätee

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

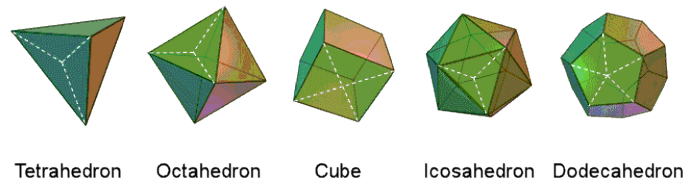
- Onko kuvaus $f(k) \equiv 3k + 2$ joukon \mathbb{Z}_{11} permutaatio? Esitä kuvaus f permutaatioille ominaisessa kaksirivisessä esitysmuodossa ja esitä tämän käänteispermutaatio erillisten kiertojen tulona.
- Olkoon $a, b \in \mathbb{N}$ ja $d = \text{syt}(a, b)$. Osoita, että on olemassa $x, y \in \mathbb{Z}$ siten, että

$$ax + by = c$$

jos ja vain jos $d|c$.

Platonin kappaleet

Platonin kappale on säännöllinen monitahokas, jonka tahkot ovat keskenään yhteneviä säännöllisiä monikulmioita, ja jonka jokaisesta kärjestä lähtee yhtä monta särmää. Platonin monitahokkaita on viisi erilaista.



Tetrahedron Octahedron Cube Icosahedron Dodecahedron