JYVÄSKYLÄN YLIOPISTO

MATEMATIIKAN JA
TILASTOTIETEEN LAITOS

Analyysi 3, kesä 2012.
Ohjaus 1 28.5.2012

1. Laske funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^3$, n. Taylorin polynomi pisteessä $x_0 = -1$, $n = 1, 2, 3, \ldots$.

2. Olkoon $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ funktio jolle $f(x) = o(|x - x_0|^3)$ kun $x \to x_0$.
(i) Osoita, että $f(x) = o(|x - x_0|^2)$ kun $x \to x_0$.
(ii) Anna esimerkki funktiosta $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, jolle $g(x) = o(|x - x_0|^2)$ kun $x \to x_0$, mutta jolle $g(x) = o(|x - x_0|^3)$ kun $x \to x_0$ ei päde.

3. Laske raja-arvo

$$\lim_{x \to 0} \frac{\cos x - 1}{x^2}$$

Taylorin lausetta käyttäen.

4. Laske raja-arvo

$$\lim_{x \to 0} \frac{\cos x - 1}{\sin^2 x}$$

Taylorin lausetta käyttäen.

5. Olkoon $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ kaksi kertaa jatkuvasti derivoituva siten, että $f'(x_0) = 0$ ja $f''(x_0) > 0$. Osoita Taylorin lauseen avulla että f:llä on lokaali minimi pisteessä x_0.