

**Analyysi 3, kesä 2012.**
Ohjaus 3 11.6.2012

1. Suppenevatko sarjat?

$$(a) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{\sqrt{k}} \quad (b) \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \tan\left(\frac{1}{k}\right).$$

2. Suppenevatko sarjat?

$$(a) \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \arctan\left(\frac{1}{k}\right) \quad (b) \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{k}{k^2 + 2k + 1}.$$

3. Olkoot $x, y \in \mathbb{R}$. Laske sarjojen $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!}$ ja $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{y^k}{k!}$ Cauchyn tulo. Suppeneeko näin saatu sarja? (Vihje: Newtonin binomikaava)

$$(a+b)^n = \sum_{i=0}^n \frac{n!}{i!(n-i)!} a^{n-i} b^i$$

4. Olkoot $f_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ s.e.

$$f_n(x) = n \left(\cos\left(x + \frac{1}{n}\right) - \cos x \right).$$

Mitä funktiota kohti funktiojono $(f_n)_{n=1}^{\infty}$ suppenee (pisteittäin).5. Osoita, että jos sarja $\sum_{j=1}^{\infty} a_j$ suppenee itseisesti niin sarja $\sum_{j=1}^{\infty} \sqrt{|a_{j+1}a_j|}$ suppenee.