

**Analyysi 3, kesä 2012.**
Ohjaus 5 25.6.2012

1. Keksi esimerkki funktiosarjasta $\sum_{k=1}^{\infty} f_k$, $f_k : A \rightarrow \mathbb{R}$, joka suppenee tasaisesti muttei itseisesti.
2. Osoita, että funktiosarja

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^2}{1+x^2} \left(\frac{1}{1+x^2} \right)^{k-1}$$

- (a) suppenee (pisteittäin) itseisesti kaikilla $x \in \mathbb{R}$,
- (b) ei suppene tasaisesti välillä $[-1, 1]$.

Määrää summafunktio $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.

3. Osoita, että funktiosarja

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} \sin \left(\frac{x}{k} \right)$$

suppenee tasaisesti välillä $(-1, 1)$.

Osoita että summafunktio on jatkuvasti derivoituva välillä $(-1, 1)$.