

Matematiikan propedeuttinen kurssi (MATY010)
Harjoitus 4 (to 10.10.2013)

1. Olkoot $f(x) = 2x^2 - x$ ja $g(x) = -3x + 4$. Määritä yhdistetyt funktiot

a) $(f \circ g)(x) = f(g(x))$ b) $(g \circ f)(x) = g(f(x))$
sekä laske $(f \circ g)(1)$ ja $(g \circ f)(0)$.

2. Tulkitse seuraavat funktiot yhdistettyinä funktioina $g(f(x))$. Vaihtoehtoja on useita. Ilmeisin/järkevin tulkinta on se, jota haetaan. (Tämä taito tulee olemaan jatkossa välttämätön derivoidessa ja integroidessa yhdistettyjä funktioita.)

a) $h(x) = (8x+3)^7$ b) $i(x) = \sqrt[3]{x^4 + 3x + 1}$ c) $j(x) = e^{x^2}$ d) $k(x) = \ln 5x$

3. Olkoon funktio $f(x) = \sqrt{x-3}$. Määritä funktion

a) määrittelyjoukko b) arvojoukko c) käänteisfunktio.

Hahmottele funktioiden f ja f^{-1} kuvaajat samaan koordinaatistoon.

4.

a) Perustele, miksi funktio $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = -2x$ on aidosti vähenevä.

b) Perustele, miksi funktio $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = x^2 - 1$ ei ole monotoninen.

5. Sievennä lausekkeet ($a > 0$)

a) $\sqrt[7]{\sqrt{a} a^3}$ b) $\frac{\sqrt{a} a^2}{\sqrt{a^3}}$

6. Kioton ilmastopimuksen neuvotteluissa, joulukuussa 1997, EU:n jäsenvaltiot lupasivat vähentää kasvihuonekaasupäästöjä 8 prosentilla kymmenen seuraavan vuoden aikana, eli vuoteen 2008 mennessä. Kuinka monta prosenttia päästöjä on vähennettävä vuodessa (edellisen vuoden päästöistä), kun niitä on suunniteltu vähennettävän joka vuosi yhtä monta prosenttia?

7. Funktiolla $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = x^5 + 4x^3 + 3x$ on olemassa käänteisfunktio f^{-1} . Laske $f^{-1}(8)$.

(**Vihje:** Käänteisfunktiota f^{-1} ei kannata yrittää määrittää.)

8. Määritä ympyrän $x^2 - 2x + 1 + y^2 + 4y + 4 = 8$

a) keskipiste ja säde b) leikkauspisteet suoran $y = -x - 1$ kanssa

*. a) Määritä ellipsin $3x^2 + 2y^2 = 6$ huiput.

b) Määritä hyperbelin $4x^2 - 9y^2 = 36$ huiput ja asymptootit.