

Matematiikan propedeuttinen kurssi (MATY010)
Harjoitus 6 (to 24.10.2013)

1. Määritä raja-arvot

a) $\lim_{x \rightarrow 0} (6x^4 + x^3 - 4x^2)$ b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{x(1+x)}$

2. Määritä raja-arvot

a) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{1 + x}$ b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}$

3. Anna esimerkki kaikilla reaaliluvuilla määritellystä funktiosta, jolla on täsmälleen yksi epäjatkuvuuskohta $x = 1$.

4. Perustele, miksi funktio $f(x) = e^{2x} + x + 1$ on jatkuva. Käytä tietoa, että polynomifunktiot ja eksponenttifunktio e^x ovat jatkuvia.

5. Onko funktiolla f raja-arvoa kohdassa $x = -1$, kun

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x, & x \leq -1 \\ 2x + 5, & x > -1 \end{cases}$$

Piirrä lisäksi funktion f kuvaaja.

6. Määritä raja-arvot

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 - 3x - 4)$ b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 - 3x - 4)$

(**Vihje:** Mieti, mitä funktion $f(x) = x^2 - 3x - 4$ arvoille tapahtuu, kun muuttuja x saa yhä suurempia arvoja, tai b)-kohdan tapauksessa yhä pienempiä arvoja. Funktion kuvaajan hahmotteleminen voi myös auttaa.)

7. Määritä vakio $a \in \mathbb{R}$ siten, että funktio $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$;

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + 2x, & x \leq 2 \\ \frac{2}{x} + a, & x > 2 \end{cases}$$

on jatkuva kaikilla $x \in \mathbb{R}$.

8. Määritä jatkuvan funktion $g(x) = \sin(x + 3) - 2x + 1$ ainoan nollakohdan likiarvo yhden desimaalin tarkkuudella.