

Pitkän matematiikan yo-koe, kevät 1989

Osa 1

1. Määritä vakiot A ja B siten, että funktio $f(x) = Ae^{2x} + Be^{-2x}$ toteuttaa ehdot $f(0) = 1$, $f'(0) = 4$.
2. Auto kulkee matkan s tasaisella nopeudella v . Kuinka monta prosenttia nopeammin matka olisi kuljettava, jotta matkustusaika vähenisi 60 prosentilla?
3. Yksikkövektorit \bar{a} ja \bar{b} ovat kohtisuorassa toisiaan vastaan. Määritä vektorin \bar{c} pituus, kun $\bar{a} + 2\bar{b} + 3\bar{c} = 0$.
4. Suoran ympyräkartion korkeuden H ja pohjan säteen R suhde on 2. Määritä kartion sisäänpiirretyn pallon tilavuuden suhde kartion tilavuuteen. Tarkka arvo ja likiarvo kahdella desimaalilla.
5. Käyrät $y = -2x^2 + 2 \geq 0$ ja $y = \sqrt{1 - x^2}$ rajoittavat useampiosaisen tasokuvion. Näistä osista se, joka jää ympyrän $x^2 + y^2 = 1$ ulkopuolelle, pyörähtää x -akselin ympäri. Määritä syntyvän pyörähdyskappaleen tilavuuden tarkka arvo ja likiarvo yhden desimaalin tarkkuudella.
6. Määritellään $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ kaavalla $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+nx}{1+nx^2}$. Piirrä funktion f kuvaaja.