

Pitkän matematiikan yo-koe, kevät 1989

Osa 2

1. Laske $\int_0^{-1} \frac{dx}{\sqrt{2-3x}}$.

2. Ympyränkaari

$$s_1 = \{(x, y) : x^2 + y^2 = R^2, y \geq 0\}$$

muodostaa tasoalueen S yläreunan. Kaaret

$$s_2 = \{(x, y) : x^2 + y^2 + Rx = 0, y \leq 0\}$$

ja

$$s_3 = \{(x, y) : x^2 + y^2 - Rx = 0, y \geq 0\}$$

muodostavat sen alareunan. Piirrä S ja määritä sen ala.

3. Kumpi luvuista $x = \sqrt[3]{1 + \sqrt[6]{10^{-1001}}}$ ja $y = \sqrt[6]{1 + \sqrt[3]{10^{-1001}}}$ on suurempi?

4. Räjätystyömaalta lentää kivi 30 metrin päähän, jolloin sen lentoratana olevan paraabelin huippu on 10 metrin korkeudessa. Määritä lähtökulma $0,1^\circ$ tarkkuudella vaakasuoran maanpinnan suhteen mitattuna.

5. Mitkä kompleksiluvut z toteuttavat yhtälöparin $z\bar{z} = 1$, $z - \bar{z} = i(z + \bar{z})$?

6. Lankaan pujotetaan 24 pallon muotoista lasihelmeä, jotka peittävät 40 cm langasta. Helmistä 6 on mustaa, 8 punaista ja 10 vihreää. Samanväriset helmet ovat samankokoisia, ja mustan helmen halkaisija on puolet punaisen halkaisijasta. Minkä pituisia on helmien halkaisijoiden oltava, jotta helminauha olisi mahdollisimman kevyt? Helmien pujotusreikiä ei oteta huomioon. Vastaus 0,1 mm tarkkuudella.