

Vektorianalyysi

k. 2014

Harjoitus 4

Käsitellään ke 2.4.

1. Olkoon pinta S kolmio, jonka kärjet ovat (x,y) -tason pisteissä $(0,0)$, $(1,0)$ ja $(1,1)$.

- Laske kolmion pinta-ala integroimalla.
- Laske

$$\iint_S dS \frac{\sin x}{x}.$$

2. Tarkastellaan integraalia

$$\iint_A dA y^3 \frac{e^{x^2}}{x} = \int_{y=0}^2 \int_{x=y^2}^4 dx dy y^3 \frac{e^{x^2}}{x}.$$

- Piirrä pinta A .
- Suorita integrointi.

3. Olkoon integroimisalueena S tasopinta $S = \{(x, y) : x + y \geq 0, y \leq 0, x \leq 1\}$.

- Tee muuttujanvaihto $u = x + y$, $v = x$ ja laske vastaava Jacobin determinanti.
- Mikä on S :ää vastaava integroimisalue (u,v) -tasossa?
- Laske pintaintegraali

$$\iint_S dS x^3 \sqrt{x+y}$$

em. muuttujanvaihtoa käyttäen.

4. Laske integraali

$$\iint_S dS (x + 2y + 3z).$$

Tässä S on se tason $2x - y + z = 3$ osa, joka on xy -tasossa olevan, x - ja y -akselin ja suoran $y = 1 - 2x$ rajaaman kolmion yläpuolella.

5. Laske pintaintegraali

$$\iint_S dS (x^2 + y^2 + 3z^2),$$

jossa S on se osa paraboloidin $z = x^2 + y^2$ pintaa, jossa $x^2 + y^2 \leq 9$.

6. Laske pintaintegraali

$$\iint_S dx dy e^{-x^2 - y^2}, \quad a^2 \leq x^2 + y^2 \leq b^2$$

sopivalla (ja ilmeisellä) muuttujanvaihdolla. Piirrä alue S .

Päättele saamasi tuloksen perusteella integraalin $\int_0^{\infty} dx e^{-x^2}$ arvo.