

## Vektorianalyysi

k. 2014

Harjoitus 1

Käsitellään ke 12.3.

1. Tason  $x + y + z = 1$  ja sylinterin  $z = x^2$  leikkaus on paraabeli. Kirjoita tämän paraabelin parametriesitys käyttämällä parametrina koordinaattia  $x$ .
2. Laske parametrisoidun käyrän  $\vec{r} = t^2\vec{i} + t^2\vec{j} + t^3\vec{k}$ ,  $0 \leq t \leq 1$  pituus.
3. Laske seuraavat viivaintegraalit:
  - a.  $\int_C (x + y) ds$ ,  $\vec{r} = at\vec{i} + bt\vec{j} + ct\vec{k}$ ,  $0 \leq t \leq m$ .
  - b.  $\int_C y ds$ ,  $\vec{r} = t^2\vec{i} + t\vec{j} + t^2\vec{k}$ ,  $m \geq t \geq 0$ . Tässä suunnistetun käyrän alkupisteenä on  $t = m$ . Miten tulos muuttuu, jos valitset käyrälle vastakkaisen suunnistuksen eli otat alkupisteeksi  $t = 0$ ?
4. Laske seuraava viivaintegraali, kun käyränä on nelikulmion reuna, jonka kulmat ovat pisteissä  $(0,0)$ ,  $(1,0)$ ,  $(1,1)$  ja  $(0,1)$ , ja kierto tapahtuu vastapäivään:

$$\oint (x^2 y^2 dx + x^3 y dy).$$

5. Laske vektorikentän  $\vec{F} = (x^2 y, y^2)$  viivaintegraali  $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{s}$ , kun  $C$  on paraabelin  $y = x^2$  kaari pisteestä  $(0,0)$  pisteeseen  $(1,1)$ .
6. Laske muotoon  $\vec{r} = 3t\vec{i} + 3t^2\vec{j} + 2t^3\vec{k}$ ,  $0 \leq t \leq 1$ , väännetyin metallilangan massa, kun sen (joissain yksiköissä mitattu) massa on (jotain) pituuden yksikköä kohti pisteessä  $\vec{r}(t)$  on  $1 + t$ .