

Vektorianalyysi

k. 2014

Ex Tempore 4

Ma 17.3.

1. Laske seuraavien funktioiden gradientit ∇f annetuissa pisteissä:

a. $f(x, y) = x^2 - y^2$ pisteessä $(2, -1)$

b. $f(x, y, z) = xy^2z^3$ pisteessä $(3, -1, 2)$

c. $f(x, y, z) = \sin x \cos y \tan z$ pisteessä $(\pi/6, \pi/4, \pi/3)$

2. Tarkastellaan kahden muuttujan funktiota $f(x, y) = x^2 y$.

a. Laske f :n gradientti.

b. Laske f :n suunnattu derivaatta vektorin $\vec{u} = \frac{4}{5}\hat{i} - \frac{3}{5}\hat{j}$ suuntaan pisteessä $(1, 2)$.

c. Mihin suuntaan f kasvaa nopeiten pisteessä $(1, 2)$?

3. Funktiolla $f(x, y)$ on pisteessä (a, b) suunnatut derivaatat

$$\text{grad}_u f(a, b) = 3\sqrt{2},$$

$$\text{grad}_v f(a, b) = 5,$$

jossa suunnat u ja v ovat

$$\hat{u} = (\hat{i} + \hat{j}) / \sqrt{2}, \quad \hat{v} = (3\hat{i} - 4\hat{j}) / 5.$$

Määritä $\nabla f(a, b)$.