

Vektorianalyysi
k. 2014

Ex Tempore 7
Ma 31.3.

1.

a) Mitkä ovat pisteen $(x, y) = (1, 1)$ napakoordinaatit (r, θ) ?

b) Mitkä ovat sylinterikoordinaatiston pisteen $(\rho, \theta, z) = (\sqrt{2}, \frac{\pi}{4}, 1)$ karteesiset koordinaatit (x, y, z) ?

c) Mitkä ovat pisteen $(x, y, z) = (1, 1, \sqrt{2})$ pallokoordinaatit (r, ϕ, θ) ?

2. Alue A määritellään seuraavasti: $A = \{x \leq 0, y \geq 0, x^2 + y^2 \leq 1\}$.

a) Laske alueen A pinta-ala tekemällä muuttujanvaihto napakoordinaatteihin.

b) Laske integraali $\iint_A dA (3x^2 + 3y^2)$.

3. Kuinka suuri osa maapallon pinnasta on pohjoisten leveyspiirien 60° ja 70° välisellä alueella?

4. Laske funktion $f = \arctan \frac{y}{x}$ pintaintegraali yli alueen

$$D = \{0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq \sqrt{1-x^2}\}.$$