

Vektorianalyysi

k. 2014

Ex Tempore 9

Ma 7.4.

1. Laske vektorin $\vec{F} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ vuo yli pallopinnan

$$x^2 + y^2 + z^2 = a^2.$$

2. Tarkastellaan sitä osaa pinnasta $z = x^2 + y^2$, joka on neliön $-1 \leq x \leq 1$ ja $-1 \leq y \leq 1$ yläpuolella.

a) Kirjoita pinnan pinta-alkiovektorin $d\vec{S}$ lauseke.

b) Laske vektorin $\vec{u} = z\hat{i} + x^2\hat{k}$ vuo tämän pinnan läpi.

3. Pinta S on annettu parametrimuodossa seuraavasti:

$$\vec{r} = u \cos v \hat{i} + u \sin v \hat{j} + u^2 \hat{k} \quad (0 \leq u \leq 1, 0 \leq v \leq 2\pi).$$

a) Osoittaako vektori $\frac{\partial \vec{r}}{\partial u} \times \frac{\partial \vec{r}}{\partial v}$ pinnan positiiviselle vai negatiiviselle puolelle?

b) Kirjoita pinnan negatiivisella puolella oleva pinta-alkiovektori $d\vec{S}$.

c) Laske vektorin

$$\vec{F} = \frac{2x\hat{i} + 2y\hat{j}}{x^2 + y^2} + \hat{k}$$

vuo pinnan läpi pinnan positiiviselta puolelta negatiiviselle puolelle.

