

## Vektorianalyysi

k. 2014

Ex Tempore 11

Ke 23.4.

1. Laske vektorikenttien  $\vec{F} = x\hat{i} - 2y\hat{j} + 4z\hat{k}$  ja  $\vec{G} = (x^2 + y^2)\hat{i} + (y^2 - z^2)\hat{j} + z\hat{k}$  pintaintegraalit

$$\oiint \vec{F} \cdot d\vec{S} \text{ ja } \oiint \vec{G} \cdot d\vec{S}$$

pallon  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$  pinnan yli. Käytä Gaussin kaavaa, mitä varten ensin on laskettava kenttien divergenssit.

2.  $D$  on alue, jota rajoittavat paraboloidi  $z = x^2 + y^2$  ja taso  $z = 1$ . Laske alueen pinnan  $S$  yli otettu pintaintegraali

$$\oiint_S (y\hat{i} + x\hat{j} + z^2\hat{k}) \cdot d\vec{S}.$$

Vihje: Integroinnissa kannatta käyttää sylinterikoordinaatteja, jolloin  $dV = \rho d\rho d\phi dz$ .

3. Laske vektorikentän  $\vec{F} = (y + xz)\hat{i} + (y + yz)\hat{j} - (2x + z^2)\hat{k}$  vuo pallopinnan  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$  sen osan läpi, jolle  $x, y, z \geq 0$ .

Neuvo: Tarkastele ensin suljettua kappaletta, jonka muodostavat tämä pallopinnan osa ja koordinaattitasot. Laske vuo tämän kappaleenpinnan läpi Gaussin kaavalla ja vähennä tuloksesta vuot tasopintojen läpi.

