

Vektorianalyysi

k. 2014

Ex Tempore 10

Ke 9.4.

1. Laske tilavuusintegraali

$$I = \iiint_D yz^2 dx dy dz,$$

jossa integroimisalue D on tasojen $x=0, y=0, z=0$ ja $3x+2y+6z=6$ rajoittava suljettu alue. Piirrä ensin D avuksesi.

2. Johda pallokoordinaatiston

$$\begin{aligned}x &= r \sin \theta \cos \phi, & r &= \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \\y &= r \sin \theta \sin \phi, \\z &= r \cos \theta,\end{aligned}$$

tilavuusintegroinnin Jacobin determinantti

$$\frac{\partial(x, y, z)}{\partial(r, \theta, \phi)} = r^2 \sin \theta.$$

3. Origokeskisen pallokuoren $1 \leq r \leq 2$ tiheys on (μ on vakio)

$$\rho = \frac{\mu}{x^2 + y^2 + z^2}.$$

Laske pallokuoren massa

$$\iiint_D \rho dV.$$

