

Vektorianalyysi  
k. 2014

Ex Tempore 8  
Ke 2.4.

1. Laske sylinterikoordinaatistossa  $\nabla u$  ja  $\nabla \cdot \vec{v}$ , kun

a)  $u = r$ ,  $\vec{v} = r\hat{r} + z\hat{z}$

b)  $u = z^3 r$ ,  $\vec{v} = \hat{\phi}$

2. Pisteeseen pallokoordinaatit ovat  $(r, \theta, \phi)$ , jolloin pisteen paikkavektori on

$$\vec{r} = r \sin \theta \cos \phi \hat{i} + r \sin \theta \sin \phi \hat{j} + r \cos \theta \hat{k}.$$

Esitä pallokoordinaatiston tähän pisteeseen piirretyt kantavektorit  $\hat{r}, \hat{\theta}$  ja  $\hat{\phi}$  yksikkövektoreiden  $\hat{i}, \hat{j}$  ja  $\hat{k}$  avulla lausuttuina. Laske myös skaalaustekijät  $h_r, h_\theta$  ja  $h_\phi$ .

3. Laske pallokoordinaatistossa  $\nabla u$  ja  $\nabla \cdot \vec{v}$ , kun

a)  $u = \sin \theta$ ,  $\vec{v} = r\hat{\theta}$

b)  $u = r^2 \sin \phi$ ,  $\vec{v} = \hat{r} + \hat{\theta} + \hat{\phi}$

