

Matematiikan propedeuttinen kurssi

Demo 10, 20.11.2014

1. Laske

a) $\int_3^7 2x^3 dx$ b) $\int_{\pi/2}^{\pi} 2 \cos x + \sin(2x) dx$ c) $\int_0^5 (-t + 5) dt$.

(Viimeisessä kohdassa integroimismuuttujana on t , kuten lopun dt :stä näkee, eli kohtelee t kuten yleensä x :ää.)

2. Laske a) $\int_1^e \frac{2x+3}{x} dx$ b) $\int_0^{\pi} 2 \cos x + \sin(2x) dx$.

3. Laske käyttäen yhdistetyn funktion integroimissääntöä.

a) $\int_0^{\pi/2} \sin x \cdot \cos x dx$,

b) $\int_0^{\pi/4} \tan x dx$ (Muista, että $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$.)

4. Käyrä $y = x^4 - 4x^2$ (eli funktion $f(x) = x^4 - 4x^2$ kuvaaja) ja x -akseli rajaavat tasosta kaksiosaisen alueen. Mikä on tämän alueen pinta-ala?

5. Laske funktioiden $g(x)$ ja $f(x)$ kuvaajien välillä $[0, 4]$ rajaaman alueen pinta-ala kun

a) $g(x) = x^2$ ja $f(x) = -x^2 - 2$,

b) $g(x) = -2x + \sqrt{2}$ ja $f(x) = x - 1$.

6. Laske käyrän $y = \frac{1}{x}$, suorien $x = a$ ja $x = 3a$ ja x -akselin rajaaman alueen pinta-ala. Tässä a on jokin positiivinen vakio. Riippuuko vastauksesi vakion a arvosta?

7. Laske funktioiden $f(x) = 1$ ja

$$g(x) = \begin{cases} x & \text{if } x \geq 0 \\ -x & \text{if } x < 0. \end{cases}$$

rajaaman alueen pinta-ala integroimalla. (Tarkasteltava alue kannattaa jakaa kahteen osaan, koska g on paloittain määritelty.)

8. (Tehtävän tarkoitus on kertoa hieman integraali- ja todennäköisyyslaskennan yhteydestä. Tehtävä on mukailtu vuoden 2005 kevään yo-tehtävästä.) Tikkataulun säde on 20 cm ja taulu jakautuu kymmeneen renkaaseen, jotka on numeroitu ulkoa sisäänpäin numeroilla 1-10. Gabriel heittää tikkaa tauluun siten, että osuman etäisyys x taulun keskipisteestä noudattaa jakaumaa $f(x)$, missä

$$f(x) = \frac{3}{16000}(400 - x^2).$$

Todennäköisyys, heiton etäisyys keskipisteestä on pienempi kuin b ja suurempi kuin a , on

$$\int_a^b f(x) dx.$$

Laske todennäköisyydet sille, että Gabrielin

a) heiton tulos on 7

b) heiton tulos on vähintään 9

c) heitto osuu tauluun.