

**Matematiikan propedeuttinen kurssi**  
**Demo 4, 9.10.2014**

1.

a) Ratkaise yhtälöpari

$$\begin{cases} 2x + 3y & = 1 \\ 2x - y + 3 & = 0. \end{cases}$$

b) Mitkä ovat suorien  $x + 5y = 1$  ja  $2x + 9y + 3 = 0$  leikkauspisteet?

c) Entä suorien  $5x - 8y + 13 = 0$  ja  $\frac{5}{4}x - 2y + 2 = 0$ ?

2. Marttojen myyjäisiin oli leivottu 300 munkkia. Nämä oli pakattu 3 ja 6 kappaleen pusseihin. Kolmen munkin pussin hinta oli 3 euroa ja kuuden kappaleen pussin hinta oli 5 euroa. Kaikki munkit oli myyty jo ennen kello kahtatoista ja myyntitulot olivat yhteensä 280 euroa. Kuinka monta kolmen ja kuinka monta kuuden kappaleen pussia oli alunperin?

(Vihje: Yritä muodostaa annetuista tiedoista kaksi yhtälöä.)

3. Ratkaise yhtälöryhmä

$$\begin{cases} 3x + 4y + z + 5 & = 0 \\ x + y + z + 1 & = 0 \\ x + z - 1 & = 0 \end{cases}$$

(Vihje: Ratkaisemisella tarkoitetaan sellaisten lukujen  $x, y$  ja  $z$  etsimistä, jotka toteuttavat kaikki kolme yhtälöä. Tässä toimivat samat menetelmät kuin yhtälöparissa. Kannattaa aloittaa ratkaisemalla jokin muuttuja yhdestä yhtälöstä ja sijoittamalla se muihin yhtälöihin.)

4. Mitkä seuraavista yhtälöistä ovat ympyrän yhtälöitä? Mitkä ovat niiden keskipisteet ja säteet?

a)  $x^2 + y^2 + 2y - 6x + 5 = 0$ ,

b)  $x^2 + y^2 + 2x - y + 1 = 0$  ja

c)  $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 14 = 0$ .

5. Mitkä ovat ympyrän  $x^2 + y^2 = 4$  ja suoran  $y = -2x + 1$  leikkauspisteet?

6. Yhtälö  $x^2 + y^2 - 4x - 5 = 0$  esittää ympyrää, jonka keskipiste on  $(2, 0)$  ja säde 3. Yhtälö  $x^2 + y^2 - 4y - 5 = 0$  esittää ympyrää, jonka keskipiste on  $(0, 2)$  ja säde 3. Vähennä nämä yhtälöt toisistaan ja saat suoran yhtälön. Piirrä suora samaan kuvaan ympyröiden kanssa. Mikä suora tämä on? Missä pisteissä ympyrät leikkaavat toisensa? (Vihje: Viimeisessä kysymyksessä yritä käyttää tehtävän alussa saatua suoraa hyödyksi.)

7. Suoraa sanotaan ympyrän tangentiksi jos sillä ja ympyrällä on tasan yksi leikkauspiste. Olkoon  $x^2 + y^2 = 4$  ympyrän yhtälö. Millä parametrin  $b$  arvoilla suora  $y = 2x + b$  on tämän ympyrän tangentti? (Vihje: Sijoittamalla suoran yhtälö ympyrän yhtälöön saadaan tavallinen toisen asteen yhtälö. Milloin tällä toisen asteen yhtälöllä on vain yksi ratkaisu.)