Matematiikan propedeuttinen kurssi
Demo 8, 6.11.2014

1.Derivoi funktiot

a) $f(x) = (1 - \sqrt{x})^{100}$

b) $n(x) = \frac{\ln x}{x}$, tässä $x > 0$

c) $g(x) = 2\ln(\sin x)$ ja

d) $h(x) = \cos(e^{x^2})$.

2. Derivoituvan funktion kuvaajan tangentti pisteessä x_0 on se suora, jonka kulmakerroin on $f'(x_0)$ ja joka kulkee pisteen $(x_0, f(x_0))$ kautta. Määritä käyrän $y = \sqrt{x^2+3}$ (eli funktion $f(x) = \sqrt{x^2+3}$ kuvaajan) tangentti pisteessä $x = 1$. Piirrä funktion kuvaaja ja tangentti samaan kuvaan.
3. Derivoi $f(x) = \tan x$ (**Vihje:** $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$)
4. Etsi polynomifunktion $f(x) = \frac{2}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 - 12x + 1$ lokaalit ääriarvot. Piirrä samaan kuvaan funktion ja sen derivaatan kuvaajat.
5. Onko funktiolla $f(x) = x + \cos x$ lokaaleja ääriarvoja?
6. Maxwell-Boltzmann jakauma

$$f(v) = 4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}}$$

on jossakin kaasumallissa kaasumolekyylien nopeusjakauma. Tässä v on nopeus ja $v > 0$. Määritä todennäköisin nopeus eli se v:n arvo, jolla f saa suurimman arvonsa. (**Vihje:** Tässä on siis muuttujana v, muut ovat vakioita. Tarkastele aluksi funktion $g(v) = av^2e^{-bv^2}$ monotonisuutta ja lokaaleja ääriarvoja.)
7. Määritä funktion $f(x) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{2}{3}x^3 - 12x^2 + 1000$ ääriarvot ja hahmottele kuvaaja.
8. Milloin funktio $f(x) = e^{3x} - 75e^x + 250$ on kasvava ja milloin vähenevä? Saavuttaako funktio pienintä arvoaan? Perustele saamiesi vastausten avulla, miksi $e^{3x} \geq 75e^x - 250$ kaikilla x.