

**Matematiikan propedeuttinen kurssi**  
**Ohjaus 7, 27.10.2014**

**1. Laske seuraavat raja-arvot**

a)  $\lim_{x \rightarrow 4} 5x^3 - 2x^2 - cx + 4c$  ( $c$  on vakio)

b)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 - 6}{x^2 + 2x + 2}$

**2. Laske seuraavat raja-arvot**

a)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - 6x}{x^2 + 4x}$

c)  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x + 3}{x^2 + 6x + 9}$

**3. Määritä raja-arvo**  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{2x^2-2x-12}$ . *Vihje: Toisen asteen polynomin  $ax^2 + bx + c$  voi kirjoittaa muotoon  $a(x - x_1)(x - x_2)$ , missä  $x_1$  ja  $x_2$  ovat polynomin nollakohdat.*

**4. Olkoon**

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2 & , \text{ kun } x < 1 \\ 2x - 1 & , \text{ kun } x > 1 \\ c & , \text{ kun } x = 1. \end{cases}$$

Onko funktiolla  $f$  raja-arvoa pisteessä  $x = 1$ ? Jos raja-arvo on olemassa, niin miten luku  $c$  pitäisi valita, että  $f$  olisi jatkuva pisteessä  $x = 1$ .

**5. Laske polynomien  $2x^2$  ja  $x^2 + 6x$  derivaatat pisteessä  $x = -3$  erotusosamäärän avulla.**

**6. Derivoi funktiot**

a)  $f(x) = 3x^4 + 5x^2 + x + 1$ ,

b)  $g(x) = \sqrt[4]{x}(x^2 - 1)$ ,

c)  $h(x) = \frac{\sqrt{x}}{1-2x^2}$

d)  $u(x) = \frac{2}{\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt[3]{x}}{6}$

**7.\* Määritä raja-arvot**

$$\lim_{x \rightarrow \infty} 2x^2 - 2x - 12$$

ja

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x}.$$

*Vihje: Mieti mitä funktion arvoille tapahtuu, kun muuttuja saa yhä suurempia (a)-kohta tai pienempiä (b)-kohta) arvoja.*

**8.\* Luennella todettiin, että funktio  $f(x) = \frac{1}{x}$  on jatkuva (määrittelyjoukossaan). Onko funktio**

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & , \text{ kun } x \neq 0 \\ 0 & , \text{ kun } x = 0 \end{cases}$$

jatkuva?