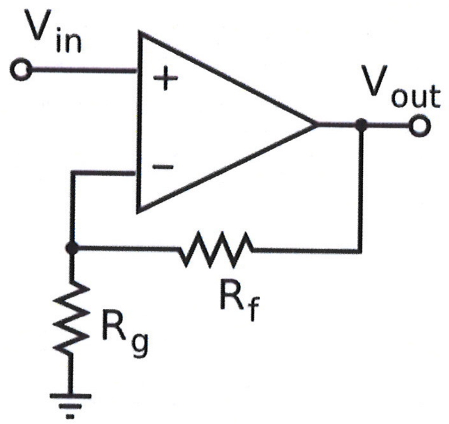
FYSP110

Laskuharjoitustehtäviä.

FYSP110 Mittausten perusteet 4. laskuharjoitukset 10.3. 2016

1) Kuvassa on yksinkertainen vastakytketty operaatiovahvistimeen perustuva vahvistin. Oleta ideaalinen operaatiovahvistin ja laske piirin vahvistus.



Merkitään operaatiovahvistimen vahvistusta G. Silloin V_{out} on

$$V_{out} = G\,(V_+ - V_-)$$, V_+ ja V_- ovat operaatiovahvistimen sisäänmenot.

Piirissä on palautesilmukka, jonka vuoksi V_- on V_{out}:sta riippuva.

Operaatiovahvistimen sisäänmenoimpedanssi (vastus) on ääretön, joten virtaa ei kulje vahvistimen läpi. V_{out}:sta sen sijaan kulkee virta maihin vastusten R_f ja R_g läpi. Koska V_--haaraan menevä virta on nolla, vastusten R_f ja R_g läpi kulkee sama virta I.

Siis $V_{out} = R_g I + R_f I$

Jännite operaatiovahvistimen negatiivisessa sisäänmenossa, V_-, on

$$V_- = R_g I$$

Yhdistämällä

$$\begin{cases} V_{out} = (R_g + R_f) I \\ V_- = R_g I \end{cases} \Rightarrow$$

$$V_{out} = (R_g + R_f) \frac{V_-}{R_g} \Rightarrow$$

$$V_- = \frac{R_g}{R_g + R_f} V_{out}$$

Kun nyt on selvillä, miten V_- riippuu ulostulosta V_{out}, voidaan sijoittaa V_- alkuperäiseen vahvistusyhtälöön:

$$V_{out} = g(V_+ - V_-)$$

$$\overset{V_+ = V_{in}}{=} g\left(V_{in} - \frac{R_g}{R_g + R_f} V_{out}\right) \Rightarrow$$

$$g V_{in} = V_{out} + g \frac{R_g}{R_g + R_f} V_{out} \Rightarrow$$

$$V_{in} = \left(\frac{1}{g} + \frac{R_g}{R_g + R_f}\right) V_{out}$$

Jos $g >>> 1$ (esim $g = 10^8$), $\frac{1}{g}$ on hyvin pieni

$$\underline{\underline{V_{out}}} = \underbrace{\left(\frac{R_g}{R_g + R_f} + \frac{1}{g}\right)^{-1} V_{in}}_{\text{TARKKA}} \overset{\frac{1}{g} \approx 0}{\approx} \underbrace{\frac{R_g + R_f}{R_g} V_{in}}_{\text{APPROXIMOITU}}$$

2) Vaihtojännitettä mitataan mittarilla, jonka käyttöohjeesta seuraava tarkkuuden arviointiohje on peräisin. Mitattavan jännitteen taajuudeksi saadaan 330 Hz, ja jännitelukema on 10,33 V. Mikä on mittarista luetun jännitteen mittausepävarmuus? Onko mittarin mallilla väliä, 701 vai 703? Ilmoita tulos oikealla tarkkuudella.

AC Voltage

Range	Resolution	Accuracy			
		40 Hz – 400 Hz		400 Hz – 1 kHz	1 kHz – 20 kHz
		701	703	703	
400 mV	100 µV	0.75 % + 3	2.0 % + 10	2.0 % + 10	
4 V	1 mV		0.75 % + 3	2.0 % + 3	
40 V	10 mV				
400 V	100 mV				
1000 V	1 V	1.0% + 5	1.0 % + 5	2.0% + 5 *1	–

CMRR : > 60dB @ DC to 60 Hz, Rs = 1 KΩ
Input Impedance : 10 MΩ, 30 pF nominal
(50 MΩ, 100 pF nominal for 400 mV range)

*1: Accuracy for 400 Hz to 1 kHz

Mitattu jännite on 10.33 V, joten se on mitattu 40 V alueella. Resoluutio on 10 mV = 0.01V. Virran taajuus mitattiin 330 Hz, joten tarkkuutta katsotaan 40 – 400 Hz alueelta.

Ilmoitettu tarkkuus on kummallekin mittarimallille sama, 0.75 % + 3

Tämä tarkoittaa 0.75% mittarin lukemasta, + 3 × mittarin resoluutio. Siis

$$\Delta V = 0.0075 \times 10.33\ V + 3 \times 0{,}01\ V$$
$$= 0{,}077475\ V + 0.03\ V$$
$$= 0{,}107475\ V \approx \underline{\underline{0.11\ V}}$$

(Tulos ilmoitettaisiin siis 10.33 ± 0.11 V)

3) Samaa vaihtojännitettä kuin edellisessä tehtävässä mitataan toisellakin mittarilla. Käyttöohjeesta katkelma alla. Saatu jännite on 13,487 V. Ilmoita tulos ja sen mittausepävarmuus oikealla tarkkuudella.

For all detailed specifications:

Accuracy is given as ±([% of reading] + [number of least significant digits]) at 18° C to 28° C, with relative humidity up to 90 %, for a period of one year after calibration.

For Model 87 in the 4 ½-digit mode, multiply the number of least significant digits (counts) by 10. AC conversions are ac-coupled and valid from 3 % to 100 % of range. Model 87 is true rms responding. AC crest factor can be up to 3 at full scale, 6 at half scale. For non-sinusoidal wave forms add -(2 % Rdg + 2 % full scale) typical, for a crest factor up to 3.

Table 10. Model 87 AC Voltage Function Specifications

Function	Range	Resolution	Accuracy					
			45 – 65 Hz	30 – 200 Hz	200 – 440 Hz	440 Hz - 1 kHz	1 - 5 kHz	5 - 20 kHz[1]
$\tilde{V}$ [2,4]	600.0 mV	0.1 mV	± (0.7 % + 4)				± (2.0 % + 4)	± (2.0 % + 20)
	6.000 V	0.001 V	± (0.7 % + 2)					
	60.00 V	0.01 V			± (1.0 % + 4)			
	600.0 V	0.1 V					± (2.0 % + 4) [3]	unspecified
	1000 V	1 V					unspecified	unspecified
	Low pass filter		Same as 45-65 Hz	± (1.0 % + 4)	+1 % + 4 -6 % - 4[5]	unspecified	unspecified	unspecified

[1] Below 10 % of range, add 12 counts.

[2] The Meter is a true rms responding meter. When the input leads are shorted together in the ac functions, the Meter may display a residual reading between 1 and 30 counts. A 30 count residual reading will cause only a 2-digit change for readings over 3 % of range. Using REL to offset this reading may produce a much larger constant error in later measurements.

[3] Frequency range: 1 kHz to 2.5 kHz.

[4] A residual reading of up to 13 digits with leads shorted, will not affect stated accuracy above 3 % of range.

[5] Specification increases from -1% at 200 Hz to -6% at 440 Hz when filter is in use.

Mitattu jännite 13,487 V ja taajuus 330 Hz. Mittaus on tehty 60 V asteikolla ja resoluutio on 0,01 V.

Mittarin ilmoitettu tarkkuus tällä alueella on

$$\pm (1.0\% + 4)$$

eli siis 1.0 % lukemasta + 4x resoluutio.

Pienellä präntättyä on kohtuu paljon: lämpötila-alue, suhteellinen kosteus ja aika kalibroinnista, samoin vaihtovirran aaltomuodon poikkeaminen siniaallosta (esimerkiksi kanttiaalto).

Perusmuodossaan mittausepävarmuus on

$$\Delta V = 0.01 \times 13.48\ V + 4 \times 0.01\ V$$

$$= (0.1348 + 0.04)\ V$$

$$= 0.1748\ V \approx 0.2\ V$$

Jännite on siis

$$\underline{\underline{V = 13.5 \pm 0.2\ V}}$$

4) Käytettävissäsi on nyt kaksi mittaustulosta samasta vaihtojännitteestä. Kuinka yhdistäisit tulokset?

Mittaustulokset ovat

10.33 ± 0.11 V

13.5 ± 0.2 V

Jos todellakin on mitattu samaa jännitettä, niin jossakin mättää ja pahasti.

Vastaus kysymykseen on, että tuloksia ei pidä missään tapauksessa mennä yhdistämään. Pitää tutkia, mikä mittauksissa on vialla.

Mittaustulosten erohan on

$$(13.48 \pm 0.18) - (10.33 \pm 0.11) =$$

$$3.15 \pm \sqrt{0.18^2 + 0.11^2} =$$

$$3.15 \pm 0.21$$

Jotta ero selittyisi mittausepävarmuudella, mittaustulosten eron pitäisi olla samaa luokkaa kuin tämän kyseisen erotuksen mittausepävarmuus eli virhe. Nyt ero on 15-kertainen, eli todennäköisyys että mittaustulosten ero on satunnainen on häviävän pieni.

5) Käytät J-tyypin lämpöparia tietokoneen prosessorin lämpötilan monitoroimiseen. Etsi J-tyypin lämpöparin termojännitteet NIST:n ITS-90 Thermocouple Databasesta: http://srdata.nist.gov/its90/main/

Laitat kuuman liitoksen prosessorin ja jäähdytyssiilin väliin. Liitoksen kylmä pää on huoneenlämpötilassa, joksi seinällä oleva spriimittari näyttää 30 ºC. Termojännitteeksi mittaat 5½ numeron näytöllä varustetulla Fluken 8846A-mittarilla 5,733 mV. (Mitä muuten tarkoittikaan numeron puolikas?) Jännitemittarin tarkkuuden arviointiin tarvittava ote käyttöohjeesta on alla. Aika (24 tuntia, 90 päivää tai 1 vuosi) viittaa siihen, kuinka kauan mittarin viimeisimmästä valmistajan takaamasta kalibraatiosta on korkeintaan kulunut - käytä 1 vuoden kohdalla ilmoitettuja tarkkuuksia. Sarakkeessa olevat luvut ovat todellakin prosentteja - 8846A on teollisuuskäyttöön tarkoitettu tarkkuusmittari. Ilmoita mittaamasi lämpötila tuloksen luotettavuusarvioineen. Mittaatko tällä järjestelyllä itse prosessorin lämpötilaa?

J-tyypin lämpöparin termojännitetaulukko löytyy NIST:n tietokannasta.

Kylmän liitoksen lämpötila on 30 °C, joka perustuu seinällä olevan spriimittarin lukemaan. Tämän mittarin oikeellisuudesta eikä tarkkuudesta ei sanota mitään, joten on tehtävä järkevä arvio. Kurssimonisteessa sanotaan, että "parhaiden... mittareiden epävarmuudet ovat" ± 0,02 °C, lämpötilavälillä 0–100 °C. Seinällä roikkuva mittari todennäköisesti ei kuulu kategoriaan "parhaat". Arvataan sille alustavasti tarkkuudeksi ± 1 °C.

Tämäntyyppisen mittarin tarkkuuden arvuuttelu ei ole niin todellisuudelle vierasta kuin voisi kuvitella. Sattumamittarin tarkat spesifikaatiot sikäli kun niitä on koskaan olluttaan, on voitu käyttää takan sytyttämiseen jo kauan sitten. Silloin on vastattava kahteen kysymykseen:

1) Riittääkö tieto mittarista ja sen tarkkuudesta alustavan mittauksen tekemiseen?

2) Onko alustavan mittauksen tulos tarpeeksi tarkka? Jos ei, kuinka paljon sitä pitää parantaa

Jos vastaus kohtaan 1) on "ei", on paras saman tien hankkia uusi mittari. Kohtaan 2) palataan aivan lopuksi.

Tarkastellaan sitten termojännitettä.

8845A/8846A
Users Manual

Input Characteristics

Range	Resolution	Resolution 4½ Digits	Resolution 5½ Digits	Resolution 6½ Digits	Input Impedance
100 mV	100.0000 mV	10 µV	1 µV	100 nV	10 MΩ or >10 GΩ [1]
1 V	1.000000 V	100 µV	10 µV	1 µV	10 MΩ or >10 GΩ [1]
10 V	10.00000 V	1 mV	100 µV	10 µV	10 MΩ or >10 GΩ [1]
100 V	100.0000 V	10 mV	1 mV	100 µV	10 MΩ ±1%
1000 V	1,000.000 V	100 mV	10 mV	1 mV	10 MΩ ±1%

[1] Inputs beyond ±14 V are clamped through 200 kΩ typical. 10 MΩ is default input impedance

8846A Accuracy

Accuracy is given as ± (% measurement + % of range)

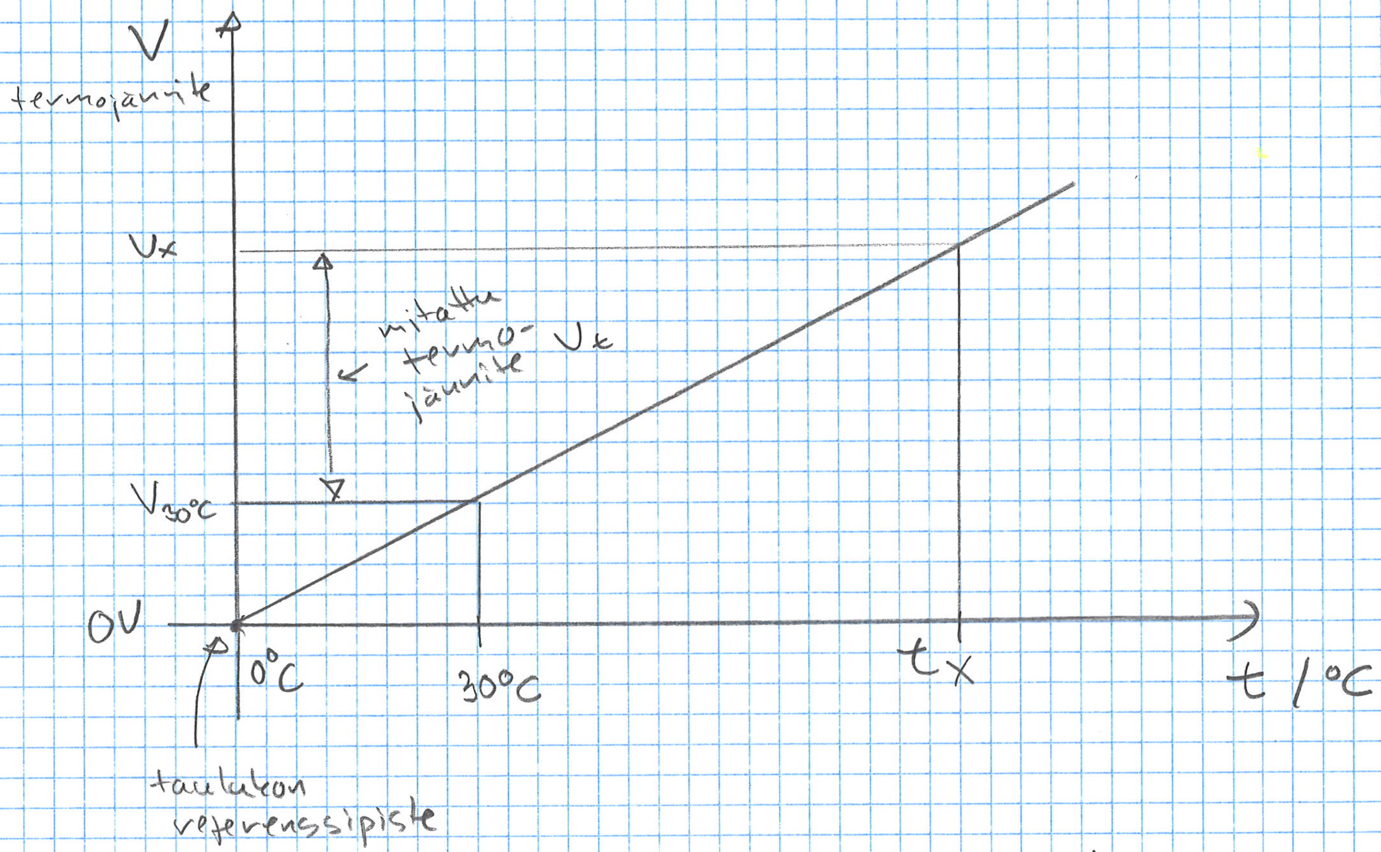
Range	24 Hour (23 ±1 °C)	90 Days (23 ±5 °C)	1 Year (23 ±5 °C)	Temperature Coefficient/ °C Outside 18 to 28 °C
100 mV	0.0025 + 0.003	0.0025 + 0.0035	0.0037 + 0.0035	0.0005 + 0.0005
1 V	0.0018 + 0.0006	0.0018 + 0.0007	0.0025 + 0.0007	0.0005 + 0.0001
10 V	0.0013 + 0.0004	0.0018 + 0.0005	0.0024 + 0.0005	0.0005 + 0.0001
100 V	0.0018 + 0.0006	0.0027 + 0.0006	0.0038 + 0.0006	0.0005 + 0.0001
1000 V	0.0018 + 0.0006	0.0031 + 0.001	0.0041 + 0.001	0.0005 + 0.0001

Mitattu termojännite on $V_t = 5{,}733$ mV. Resoluutiotaulukosta voi päätellä, että mittaus on ilman muuta tehty 100 mV asteikolla. Tuloksen mittausepävarmuus ΔV on siis

$$\Delta V_t = 0.0037\,\% \times \text{mittaustulos} + 0.0035\,\% \times \text{asteikko}$$

$$= 0.000037 \times 5.733\ \text{mV} + 0.000035 \times 100\ \text{mV} = 0.003712\ \text{mV}.$$

Termoelementistä saatavaan termojännitteeseen vaikuttaa sekä kuuman että kylmän pään lämpötila. NIST:in tietokannan taulukon vertailulämpötila on 0°C. Siitä päästään kuhunkin tilanteeseen seuraavasti:



$$V_x = V_{30°C} + V_t$$

Kuumaa päätä verrataan mittauksessa 30°C referenssiliitokseen. Taulukossa vertailu kohj 0°C liitokseen. Mitattuun termojännitteeseen V_t lisätään 30°C vastaava termojännite $V_{30°C}$: $V_x = V_{30°C} + V_t$; mitattu lämpötila on t_x, joka löytyy taulukosta V_x kohdalta.

$V_{30°C}$ löytyy taulukosta: 1,537 mV.

V_x = 1,537 mV + 5,733 mV = 7,270 mV

Lämpötilaa 136 °C vastaa termojännite 7.239 < 7.2
— " — 137 °C ——— " ——— 7.294 > 7.2

Lineaarinen interpolaatio:

Määritetty termojännite on 7.270 − 7.239 = 0.031 mV enemmän kuin 136°C vastaava termojännite, 137°C vastaava termojännite on 7294 − 7.239 = 0.055 enemmän kuin 136°C vastaava termojännite. Määritettyä termojännitettä vastaa lämpötila

$$t_x = 136\,°C + \left(\frac{0.031}{0.055}\right) \times 1°C \approx 136,56\,°C$$

ITS-90 Table for type J thermocouple

Thermoelectric Voltage in mV

°C	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0.000	0.050	0.101	0.151	0.202	0.253	0.303	0.354	0.405	0.456	0.507
10	0.507	0.558	0.609	0.660	0.711	0.762	0.814	0.865	0.916	0.968	1.019
20	1.019	1.071	1.122	1.174	1.226	1.277	1.329	1.381	1.433	1.485	1.537
30	1.537	1.589	1.641	1.693	1.745	1.797	1.849	1.902	1.954	2.006	2.059
40	2.059	2.111	2.164	2.216	2.269	2.322	2.374	2.427	2.480	2.532	2.585
50	2.585	2.638	2.691	2.744	2.797	2.850	2.903	2.956	3.009	3.062	3.116
60	3.116	3.169	3.222	3.275	3.329	3.382	3.436	3.489	3.543	3.596	3.650
70	3.650	3.703	3.757	3.810	3.864	3.918	3.971	4.025	4.079	4.133	4.187
80	4.187	4.240	4.294	4.348	4.402	4.456	4.510	4.564	4.618	4.672	4.726
90	4.726	4.781	4.835	4.889	4.943	4.997	5.052	5.106	5.160	5.215	5.269
100	5.269	5.323	5.378	5.432	5.487	5.541	5.595	5.650	5.705	5.759	5.814
110	5.814	5.868	5.923	5.977	6.032	6.087	6.141	6.196	6.251	6.306	6.360
120	6.360	6.415	6.470	6.525	6.579	6.634	6.689	6.744	6.799	6.854	6.909
130	6.909	6.964	7.019	7.074	7.129	7.184	7.239	7.294	7.349	7.404	7.459
140	7.459	7.514	7.569	7.624	7.679	7.734	7.789	7.844	7.900	7.955	8.010

Tehdään virhearvio, aloitetaan termojännitteen U_t mittausepävarmuudesta. $\Delta V_t = 0{,}0037$ mV (täysin pedantisti 0.003712 mV tai 0.0038 mV).

Yhtä astetta vastaava termojännite on ≈ 0.055 mV, joten 0,0037 mV vastaa

$$\Delta t \approx \frac{0.0037\ \text{mV}}{0.055\ \text{mV}} \times 1\,°\text{C} \approx 0.07\,°\text{C}$$

Kuuman liitoksen lämpötilan mittausepävarmuuteen täytyy vielä lisätä kylmän liitoksen lämpötilan epävarmuus. Jos pidetään kiinni alustavasta tarkkuudesta $\pm 1\,°\text{C}$, saadaan

$$\Delta t_x = \sqrt{(1\,°\text{C})^2 + (0.07\,°\text{C})^2} \approx 1.00244$$

Virheet voidaan yhdistää neliöllisesti, koska lämpötilat on mitattu eri mittareilla, ne ovat varmasti riippumattomia.

Kuinka 1,00244 sitten pyöristyy virheen tarkkuuteen? Ovjallinen virheen ylöspäin pyöristäminen ja 15 yksitön säännön noudattaminen antaa 1,1 °C.

Taylorin kirjassa näin ei aina menetellä, koska kyseessä on virhe arvio, alaspäin pyöristämisen välttäminen ei ole ehdotonta.

Erityisesti tässä tapauksessa, jossa kylmän liitoksen lämpötilan virhe ±1 °C on aikamoinen hattuvakio.

Muodollisesti korrekti tulos on siten

$$t_x = 136,6 \pm 1,1 \ °C$$

<u>Huomautus</u>:

Tarkkaan ottaen oltiin mittarin kalibrointialueen (23 ± 5) °C ulkopuolella, joten mittausepävarmuu olisi pitänyt vielä lisätä

$0,0005\% \times$ mittaustulos +
$0,0005\% \times$ mittausalue =

$0,000005 \times 5,733$ mV +
$0,000005 \times 100$ mV $= 0,000005 \times 105,8$ mV
$= 0,000529$ mV

jolloin $\Delta V_t \approx 0,004241$ mV

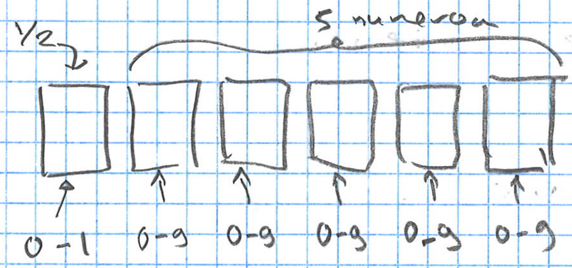
$\Delta t \approx 0,08$ °C

Lopputuloksen epävarmuutta kuitenkin täysin ja tyystin dominoi kylmän liitoksen lämpötilan virhe.

siten palataankin kysymykseen 2) vastauksen ensimmäisellä sivulla. Onko tämä tulos, vai täytyykö mittaus uusia niin, että kylmän liitoksen lämpötilasta on tarkempi tieto?

Vastaus on ei, kahdesta syystä. Tarkoitus oli siis monitoroida prosessorin lämpötilaa. Monitoroinnissa on useimmiten tärkeämpää havaita muutokset. a) ± 1 °C lämpötilan mittauksen tarkkuus on enemmän kuin riittävä tähän.
b) monitorointi onnistuu, vaikka mittaustulos olisi vääränkin, kunhan se on aina samalla lailla virheellinen.

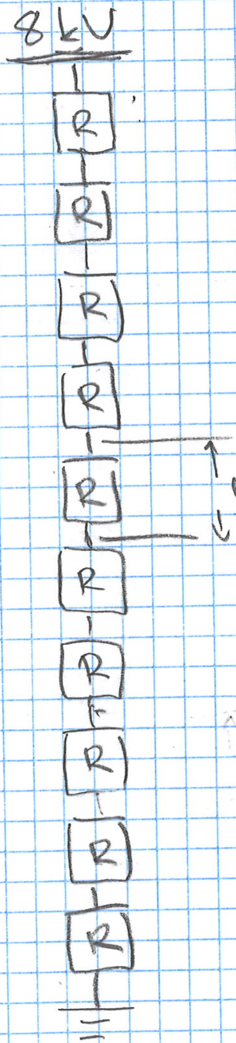
P.S.
5½ numeron näyttö siis tarkoitti, että näytössä on 5 numeroa, ja kuudes, epätarkin numero näytetyssä luvussa voi olla 1:



6) Käytössäsi on Fluken 8846A-mittari (5½ numeron näyttö) ja kymmenen kappaletta 10 MΩ ± 1% vastuksia. Luonnollisesti myös juotoskolvi ja juotoslankaa vastuksien yhdistelemiseen. Tehtävänäsi on mitata noin 8 kV (8000 V) jännite mahdollisimman tarkasti. Miten menettelet? Mikä on näillä välineillä mahdollisimman tarkka tarkkuus? Mistä aiheutuu suurin virhe ja kuinka sitä voisi parantaa? Oleta vuosi Fluken kalibroinnista ja mittauspaikan lämpötilaksi 25 °C.

Fluke 8846A yltää maksimissaan 1000 V mittaamiseen 10 mV resoluutiolla. 8 kV jännitteen mittaaminen ei onnistu suoraan, joten siihen on kehitettävä ulkoinen viritys.

Tällainen viritys on jännitteenjakoketju:



Kun jännitteessä $U = 8000\,V$ oleva piste kytketään maihin viereisen kuvan mukaisella kytkennällä, ketjussa alkaa kulkea virta I.

$$I = \frac{U}{\Sigma R}$$

Jännite yhden vastuksen R yli ("jännitehäviö vastuksessa R), U_i

$$U_i = R \cdot I = R\frac{U}{\Sigma R} = \frac{R}{\Sigma R}U \quad (*)$$

Jos 10 samanlaista vastusta, $U_i \approx 8$ joka on mitattavissa FLUKE 8846A mittarilla

Arvioidaan kertoimen $\frac{R}{\Sigma R}$ tarkkuutta. Jos rakennetaan 10 vastuksen ketju 10 MΩ ± 1% vastuksista, saadaan ensinnäkin

$$\Sigma R = 10 \times 10\,M\Omega = 100\,M\Omega$$

Jos vastusten R virheet ovat riippumattomia, on ensinnäkin $\Delta R = 1\% \times 10\,M\Omega = 100\,k\Omega$

ja

$$\Delta(\Sigma R) = \sqrt{\underbrace{(100\,k\Omega)^2 + \ldots + (100\,k\Omega)^2}_{10\text{ kpl}}}$$

$$= \sqrt{10} \times 100\,k\Omega$$

suhteellinen virhe

$\Delta(\Sigma R) \approx 3.16 \times 100\ k\Omega$; $\frac{\Delta(\Sigma R)}{(\Sigma R)} \approx 0.32\ \%$

Mitattavana oli siis U, joten käännetään ⊛:

$$U = \frac{\Sigma R}{R_i} U_i$$

Vastusten ±1% epävarmuudesta seuraa, että $\frac{\Sigma R}{R}$ suhteellinen virhe on

$$\frac{\Delta\left(\frac{\Sigma R}{R}\right)}{\left(\frac{\Sigma R}{R}\right)} = \sqrt{(0{,}32\ \%)^2 + (1\%)^2} \approx 1{,}05\ \%$$

Yhden vastuksen yli mitatun jännitteen U_i mittausvirhe on puolestaan mittarista johtuvaa:

$$\Delta U_i = 0{,}0041\% \times \text{lukema} + 0{,}001\% \times \text{asteikko}$$

$$\approx 0.000041 \times 800\ V + 0{,}00001 \times 1000\ V$$

$$\approx 0.0328 + 0.01\ V \approx 0.0428\ V \approx 0.05\ V$$

Nyt kuuluisi huomata, että mittaustarkkuus on jännitemittarilla niin hyvä että tuloksen epävarmuus riippuu kokonaan siitä, mikä on kertoimen $\frac{\Sigma R}{R}$ tarkkuus.

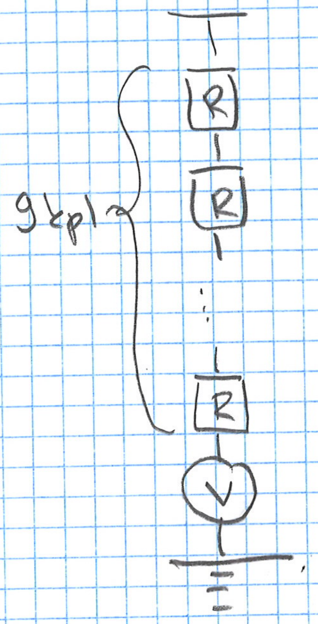
Edellä saatiin $\frac{\Sigma R}{R}$ suhteelliseksi tarkkuudeksi 1,05%.

U_i on hyvin tarkka tähän verrattuna, joten U:n mittauksen suhteellinen tarkkuus on ±1,05%

Edellä sanottu ei oleellisesti muuta tarkkuuksien osalta, mutta tuloksen saamisen osalta kylläkin, kun tarkastellaan, miten jännitemittari oikein kytketään jännitteenjakokytkentään. Mahdollisuuksia on ainakin kaksi.

1. tapa (vähemmän ilmeinen?)

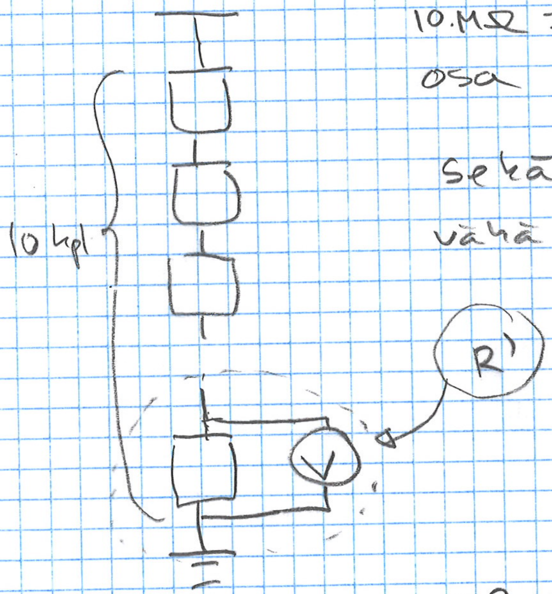
Kytketään mittari osaksi jännitteen jakoketjua:



Fluken sisäänmenovastus 1000 V mittausalueella on sama kuin käytettyjen vastusten, 10 MΩ ± 1%. Kaikki edellä johdateltu pätee.

2. tapa

Kytketään mittari yhden vastuksen rinnalle:



Koska Fluken sisäänmenovastus on 10 MΩ ± 1%, siitä tulee nyt myös osa jännitteen jakoketjua.

Sekä ΣR että U_i muuttuvat vähäsen.

$$R' = \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R}\right)^{-1} = \frac{R}{2}$$

$$\frac{\Delta R'}{R'} = \sqrt{2} \cdot 1\% \Rightarrow \Delta R' \approx 70\,k\Omega$$

$$\Sigma R = 9.5\,R = 95\,M\Omega$$

$$\Delta(\Sigma R) = \sqrt{\underbrace{(100\,k\Omega)^2 + \dots + (100\,k\Omega)^2}_{9\text{ kpl}} + (70\,k\Omega)^2}$$

$$= 308\,k\Omega\ ; \quad \frac{\Delta(\Sigma R)}{\Sigma R} = 0{,}324\,\%$$

$$U = \frac{\Sigma R}{R/2} U_i = \frac{2\Sigma R}{R} U_i = 19\, U_i$$

$\Sigma R = 9{,}5R$

ΔU_i on edelleen pieni mittausketjun kertoimen $\frac{2\Sigma R}{R}$ epävarmuuteen verrattuna, joka on edelleen $\approx 1{,}05\,\%$, vaikka lausekkeet vähän muuttuvat.

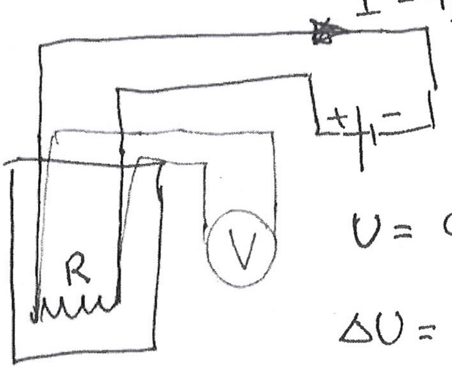
Suurin virhe aiheutuu siis vastusten toleranssista, joka on $\pm 1\%$.

Tätä voidaan helposti parantaa yksinkertaisesti mittaamalla vastukset. $\pm 1\%$ on valmistajan toleranssi, esimerkiksi Fluke 8846A mittarilla päästäisiin 10 MΩ vastuksella jo alle $\pm 1‰$ epävarmuuteen, eli 10 kΩ.

7) Erään öljyhauteen lämpötila määritetään A-luokan Pt-100 anturilla, jolle resistanssin toleranssi mittausalueella on ±0,1%. Hauteeseen upotetun anturin resistanssi mitataan nelipistemittauksella siten, että anturin läpi kulkee 4,00 mA vakiovirta. Käytetyn virtalähteen antaman virran toleranssi on valmistajan mukaan ±0,2%. Anturin päistä mitattu jännite on 0,4352 V. Jännitemittarin luotettavuus käytetyllä asteikolla on 0,3% + 1 digit. Mikä on hauteen lämpötila luotettavuusarvioineen (virherajoineen)? Käytä luentomonisteen kuvan 5.9. Pt-100 anturin resistanssitaulukkoa. Mitä tässä vielä mainitsemattomia virhelähteitä lämpötilan mittaukseen voi liittyä?

Pt-100 mittari öljyhauteessa (riittävän syvällä).

$I = 4{,}00$ mA $\pm 0{,}2\,\%$



$U = 0{,}4352$ V $\pm 0{,}3\% + 1$ digit

$$\Delta U = \underbrace{0{,}003}_{=0{,}3\%} \times 0{,}4352\,\text{V} + \underbrace{0{,}0001\,\text{V}}_{1\ \text{digit}} \approx 0{,}00141$$

Jännitteen suhteellinen tarkkuus on $\frac{\Delta U}{U} = \frac{0{,}0014\ \text{V}}{0{,}4352\ \text{V}} = 0{,}322\,\%$

Virtaa I ei mitata erillisellä mittarilla, joten luotetaan virtalähteen näyttämään. Suhteellinen tarkkuus siis $\frac{\Delta I}{I} = 0,2\ \%$.

Lisäksi Pt-100 anturin vastukseen liittyy systemaattinen epätarkkuus $\frac{\Delta R}{R_{syst}} = 0,1\ \%$.

Pt-100 anturin resistanssi on $R = \frac{U}{I} =$

$$\frac{0,4352\ V}{4,00\ mA} = 108,8\ \Omega$$

Resistanssin (suhteellinen) ~~epä~~ mittausepävarmuus on

$$\frac{\Delta R}{R} = \sqrt{\left(\frac{\Delta U}{U}\right)^2 + \left(\frac{\Delta I}{I}\right)^2 + \left(\frac{\Delta R}{R_{syst}}\right)^2} = \sqrt{0,322^2 + 0,2^2 + 0,1^2}\ \%$$

$$= 0,392\ \%$$

Resistanssi on siis $108,8 \pm 0,4265\ \Omega$. Tulos ja sen luotettavuusarvio tässä tarkkuudeltaan erilaiset, koska kyseessä on vielä välitulos. Resistanssin laskettu arvo päättyy yhteen desimaaliin, koska jako menee tasan. Jos sääntöjen mukaan pyöristetyssä tuloksessa olisi enemmän desimaaleja, ne olisivat sitten nollia.

Lämpötilan mittaus-luvun korjausliitteessä Kopassa on kuvassa 5.9. ja aivan liitteen lopussa Pt-100 -anturin standardin mukainen lämpötilariippuvuus. 108,8 Ω sattuu lämpötiloja 22 °C ja 23 °C vastaavien resistanssien 108,57 Ω ja 108,96 Ω väliin. Interpoloimalla saadaan 108,8 Ω vastaavaksi lämpötilaksi 22,59 °C.

(käyttämällä taulukon sijaan kerrointa $3{,}85\ m\Omega/(\Omega\cdot{}^\circ C)$, eli $100\ \Omega$ vastukselle $385\ m\Omega/{}^\circ C$, saadaan

$$t = \frac{(108{,}8 - 100{,}0)\ \Omega}{0{,}385\ \Omega/{}^\circ C} = 22{,}86\,{}^\circ C$$

platinan lämpötilariippuvuus EI ole aivan lineaarinen.)

Lämpötilan mittausepävarmuus saadaan joko resistanssin ylä- ja alarajaa vastaavista lämpötiloista (yläraja $23{,}69\,{}^\circ C$, alaraja ~~21,50~~ $21{,}50\,{}^\circ C$) tai suoraan kertoimesta $385\ m\Omega/{}^\circ C$.

Edellisessä tapauksessa

$$\Delta t = \frac{23{,}69\,{}^\circ C - 21{,}50\,{}^\circ C}{2} = \frac{2{,}19\,{}^\circ C}{2} = 1{,}095\,{}^\circ C \approx 1{,}1\,{}^\circ C$$

ja jälkimmäisessä

$$\Delta t = \frac{0{,}4265\ \Omega}{0{,}385\ \Omega/{}^\circ C} = 1{,}1078\ {}^\circ C \approx 1{,}1\,{}^\circ C$$

Tässä käytetty Taylorin tapaa pyöristää virhettä, itsepäinen "virhettä ei pyöristetä alaspäin" antaa tietysti $1{,}2\,{}^\circ C$

Tulos: hauteen lämpötila on

$$\underline{t = (22{,}6 \pm 1{,}1)\,{}^\circ C}$$

Virhelähteitä:

- triviaalit: anturi on riittävän syvällä hauteessa, tasapainotilan saavuttamiselle annetaan riittävästi aikaa

- Mittausvirran lämmitysvaikutus:

$$P = RI^2 = 109\ \Omega \cdot 4^2\,(mA)^2 \approx 1{,}7\ mW$$