



FYSP111, Derivointi ja integrointi
2. harjoitus, 27.1.2016

Tehtävissä 1. – 4. määrää raja-arvot.

1.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{2x - 1}{x^2 - x} \right).$$

2.

$$\lim_{x \rightarrow 0 \pm} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{|x|}.$$

3.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x + \sqrt{x^2 - 2x}).$$

4.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x^2}.$$

5. Määrää raja-arvo

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x),$$

kun

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 5}{x - 2} = 1.$$

6. Suora $y = ax + b$ (vast. $x = c$) on käyrän $y = f(x)$ *asymptootti*, jos

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - (ax + b)) = 0 \quad \text{tai} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - (ax + b)) = 0$$

(vast. $\lim_{x \rightarrow c^+} f(x) = \pm\infty$ tai $\lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = \pm\infty$). Mitä tämä tarkoittaa geometrisesti? Määrää funktion

$$f(x) = \frac{2x^2 + 1}{x - 1}$$

asymptootit.

7. Mitä osaat päätellä rationaalifunktion asymptooteista?

8. Millä vakion a arvoilla funktio

$$f(x) = \frac{ax^2 + x - 2}{x - a}$$

voidaan jatkaa koko \mathbb{R} :ssä jatkuvaksi funktioksi?

9. Osoita, että yhtälöllä

$$x \tan x = 1$$

on olemassa tasan yksi ratkaisu välillä $0 < x < \frac{\pi}{2}$ ja haarukoi ratkaisulle kaksidesimaalinen likiarvo.

10. Osoita, että suljetulla välillä jatkuvalla funktiolla $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ kuvajoukko on suljettu väli $f([a, b]) = [\min f, \max f]$.