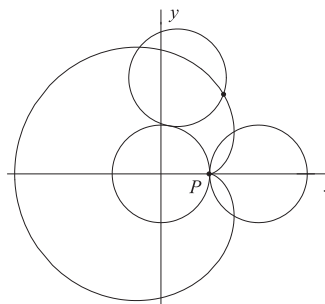
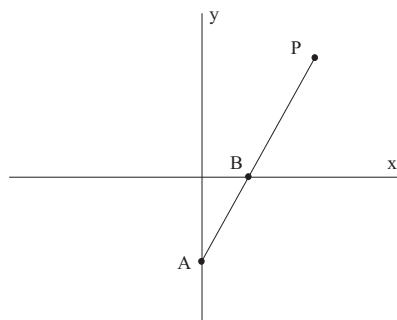


**FYSP111, Derivointi ja integrointi**
3. harjoitus, 3.2.2016

1. Johda logaritmin derivaatta.
2. Derivoi funktiot

$$f(x) = 2x e^{-\sin x^2}, \quad f(x) = \frac{e^{x^3} \sin(\log x)}{\cos^2(x^2)}, \quad f(x) = x^x.$$

3. Funktio $f(x) = x^3 + x + 2$ on bijektio. (Miksi?) Määrää sen käänteisfunktion kuvaajan $y = f^{-1}(x)$ tangentti pisteessä, jossa kuvaaja leikkaa x -akselin. Hahmottele kuva!
4. Määrää raja-arvot
$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x} \right) \quad \text{ja} \quad \lim_{x \rightarrow 0+} x^x.$$
5. Selvittele kuinka väliarvolauseetta voidaan käyttää virhearviointiin? Arvioi kuinka suuri virhe tehdään, kun $\frac{1}{\pi}$:n arvo lasketaan käyttämällä π :lle likiarvoa 3,14.
6. Mikä on parabelin $2y = x^2 - 6$ piste on lähinnä origoa?
7. Olkoon Γ niiden pisteiden ura, joiden origosta ja suorasta $x = -d$, ($d > 0$) laskettujen etäisyyksien suhde on $e > 0$. Osoita, että Γ on ellipsi, kun $e < 1$ ja hyperbeli, kun $e > 1$.
8. Osoita, että ellipsi saadaan kartiota leikkaamalla.
9. Jana AP liikkuu xy -tasossa siten, että piste A pysyy y -akselilla ja piste B x -akselilla. (Pisteen B etäisyys pisteestä A ei muutu.) Osoita, että piste P piirtää ellipsin. Tämän idean pohjalta voit rakentaa mekaanisen laite, jolla voi piirtää ellipsejä.



10. Piste P piirtää *kardioidin*, kun r -säteinen ympyrä pöyrii pitkin toista r -säteistä ympyrää yhden kierroksen. Etsi kardioidille jokin parametriesitys. (Vast. esim. $x(t) = 2r \cos t - r \cos 2t$, $y(t) = 2r \sin t - r \sin 2t$.)
11. Missä pisteissä kardioidin tangentti on x -akselin suuntainen? Entä y -akselin?
12. Luentomonisteen tehtävä (18) sivulla 53.