

**FYSP111, Derivointi ja integrointi**
7. harjoitus, 2.3.2016

Ratkaise differentiaaliyhtälöt:

1. $y' = 2 + e^y$
2. $y' = y^2 x^2$
3. $y' + y = x^2 + 3x + 4$
4. $y' - y = e^x$

Ratkaise alkuarvot tehtävät:

5. $y' = 1 - x + y^2 - xy^2, \quad y(0) = 0$
6. $y' = y^2(1 - y), \quad y(0) = 1$
7. $y' + \frac{2y}{x} = \frac{1}{x^2}, \quad y(1) = 3$
8. $y' - 2y = \sin x, \quad y(0) = 1$

9. Ratkaise integraaliyhtälö

$$y(x) = 2 + \int_0^x \frac{t}{y(t)} dt.$$

10. Newtonin jäähtymislain mukaan kappaleen lämpötilan muutosnopeus on suoraan verrannollinen kappaleen ja ympäristön lämpötilojen eroon. Johda tätä kuvaava differentiaaliyhtälö ja ratkaise se. Mieti millaisia fysikaalisia oletuksia malli pitää sisällään. Rikostutkija M. saapuu murhapaikalle ja mittaa ruumiin lämpötilaksi 24 astetta ja rikospaikan lämpötilaksi 20 astetta. Kahden tunnin kuluttua ruumiin lämpötila on 23 astetta. Milloin murha tapahtui?

11. Ratkaise luento-esimerkin ”hiihtäjä mäessä”-ongelman differentiaaliyhtälö

$$\frac{dv}{dt} = g \sin \alpha - \mu g \cos \alpha - \frac{c \rho A}{m} v^2$$

alkuehdolla $v(0) = 0$. Mikä on hiihtäjän rajanopeus, kun $t \rightarrow \infty$.