

1. Sievennä lauseke. Millä muuttujan  $y$  arvoilla se on määritelty? Tässä  $y$  on reaalimuuttuja eikä viittaa erityisesti yksikköympyrään.

$$\frac{2y(y-4)}{(y+1)(y-1)} \cdot \frac{y-7+3(3-y)}{4(\sin(y))^2 + (2\cos(y))^2}$$

2. Tutkimme seuraavaa kaavaa, missä  $z$  on reaalimuuttuja.

$$\frac{z^{1/4}}{\log_{\pi} z} \cdot 5^{-z} |z-4| = -z(1-z) + z - z^2$$

- (a) Millä muuttujan  $z$  arvoilla kaava on määritelty?  
 (b) Millä muuttujan  $z$  arvoilla kaava on tosi?

3. Laske raja-arvot:

$$\lim_{h \rightarrow 5} (4h^3 - 11) \quad \text{ja} \quad \lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \left( \frac{7x}{-x+5} \right)$$

4. Laske lausekkeen toispuoleiset raja-arvot pisteessä  $x = 0$ . Onko tavallista (molemminpuoleista) raja-arvoa olemassa ja jos kyllä, niin mikä sen arvo on?

$$\begin{cases} x^3 + 1, & \text{kun } x < 0 \\ -5x + (x+1)^2, & \text{kun } x \geq 0. \end{cases}$$

5. Sievennä lauseke ja laske raja-arvo:

- (a)  $a/|a|$ , kun  $a > 0$ . Laske  $\lim_{a \rightarrow 0^+} (a/|a|)$ .  
 (b)  $a/|a|$ , kun  $a < 0$ . Laske  $\lim_{a \rightarrow 0^-} (a/|a|)$ .

6. Laske raja-arvo ja piirrä kuva:

$$\lim_{y \rightarrow -2} \frac{y+4}{y+2} \quad \text{ja} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x^2} \right)$$

7. Olkoot funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  lauseke alta löytyvä. Laske raja-arvot  $\lim_{s \rightarrow 0} f(s)$ ,  $\lim_{s \rightarrow \infty} f(s)$  ja  $\lim_{s \rightarrow -\infty} f(s)$ , jos mahdollista. Lisätehtävä: Onko funktio oikeasti määritelty kaikilla reaaliluvuilla?

$$f(s) = \frac{s^2(1+s)}{s(1+s^3)}$$

8. Millä parametrin  $a$  arvolla tai arvoilla (jos millään) alta löytyvän lausekkeen toispuoleiset raja-arvot pistettä  $-4$  lähestyttäessä ovat yhtä suuret?

$$\begin{cases} ax + 7x - 12, & \text{jos } x > -4 \\ \frac{x}{a}, & \text{jos } x \leq -4 \end{cases}$$

9. Laske lausekkeen  $\sin(j)/j$  raja-arvo, kun  $j \rightarrow \infty$ .  
 10. Ratkaise epäyhtälö  $\cos(d) > 0$ , kun  $d$  on reaalimuuttuja.