

1. Perustele, miksi alla annettu funktio on jatkuva. Osoita, että sillä on vähintään yksi nollakohta. Nollakohtaa ei tarvitse etsiä.

$$g(x) = 4 \cdot 7^x - |2 - 1^x + x^4|$$

2. Onko allaoleva funktio jatkuva?

$$a(v) = \begin{cases} v \sin(v^4 - e^{|v|}) & \text{kun } v \geq 0 \\ e^v - (1 - v^9) & \text{kun } v < 0. \end{cases}$$

3. Tutki seuraavaa yhtälöä. Millä luvuilla se on määritelty? Osoita piirtämällä tai Bolzanon lauseella että yhtälöllä on ratkaisu ja selvitä esimerkiksi puolitushaulla ratkaisu yhden desimaalin tarkkuudella.

$$\log_e x = 3 - x.$$

4. Millä muuttujan u arvoilla seuraava epäyhtälöpari on määritelty? Ratkaise epäyhtälöpari.

$$\begin{cases} u^3 < 9 \\ 3^u > 9 \end{cases}$$

5. Ratkaise funktion nollakohdat ja piirrä kuvaaja: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(y) = y^3 - 2y + 1$.

6. Millä parametrin a arvolla tai arvoilla (jos millään) alta löytyvä funktio on jatkuva?

$$\begin{cases} a + \log_6(x), & \text{jos } x \geq 1 \\ -ax, & \text{jos } x < 1. \end{cases}$$

7. Oletamme, että tohvelieläinten lukumäärä päivänä t on 2^t (eli hetkellä $t = 0$ tohvelieläimiä on yksi). Selvitämme, kuinka kauan kestää, että tohvelieläinten massa ylittää maapallon massan tämän yhtälön mukaan. Haemme vastauksen kokoluokkaan; kestääkö tässä tunteja, päiviä, vuosia, vuosikymmeniä vai vuosituhansia? Tarkkojen arvojen käyttäminen ei ole tärkeää; oikean kokoluokan arvojen käyttäminen on.

(a) Selvitä maapallon massa.

(b) Selvitä tohvelieläimen massa. Jos et löydä sitä suoraan mistään, niin selvitä tohvelieläimen tilavuus (oleta tohvelieläin tarvittaessa pallon tai kuution muotoiseksi), oleta että se koostuu vedestä ja käytä veden tiheyttä.

(c) Muodosta (epä)yhtälö ja ratkaise se.

8. Derivoi määritelmän avulla pisteessä $x_0 = 2$, käyttämättä derivaatan laskusääntöjä: $L(x) = -3x$.

9. Derivoi muuttujan x suhteen: x^6 , $\sqrt[3]{x}$, 7 , $5x$, ax , $1/x^2$, a , 0 . Tässä a on reaalityyppinen luku.