

1. Derivoi funktio $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$g(x) = 6x^3 - \frac{1}{6}x^2 + e^x - 21.$$

2. Sievennä, jos mahdollista:

$$\frac{1+1}{1+2}, \frac{x+1}{x+2}, \frac{1+x}{1+2x}, \frac{x+x}{x+2x}$$

3. Derivoi funktiot, jotka määräyvät edellisen tehtävän lausekkeista.
4. Luennolla ja luentomonisteessa mallinsimme pesäpallon korkeutta alta löytyvällä yhtälöllä, missä h on pallon korkeus ($h = 0$ maanpinnassa), t on aika (pallo irtoaa syöttäjän kädestä kun $t = 0$), ja $g \approx 9,81 \text{ m/s}^2$ on normaaliputoamiskiikkyvyys.
- (a) Mihin aikaan pallo osuu maahan?
- (b) Millä nopeudella pallo osuu maahan? Nopeus on korkeuden derivaatta.

$$h(t) = 1,5 \text{ m} + 6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t - \frac{1}{2}gt^2.$$

5. Derivoi muuttujan z suhteen. Voit yrittää sieventää lauseketta ensin.

$$\log_e(e+z); \log_e(ez); \log_e(e^z); \log_e(z^e).$$

6. Derivoi muuttujan y suhteen:

$$\frac{\sin(y)}{\cos(y)}; e^y \cos(y); (5y-11) \cdot (-y^2+7y).$$

7. Derivoi muuttujan u suhteen:

$$(-2u-3)^{14}; 5 \cos(2\pi u); e^{(-u^2)}.$$

8. Rakennat koiranpennuille aitausta. Sinulla on käytössäsi 10 metriä aitaa ja voit lisäksi käyttää talon (suoraa) seinää yhtenä aitauksen seinänä. Kuinka suuren suorakulmion muotoisen aitauksen saat rakennettua ja kuinka pitkät suorakulmion sivut ovat silloin?
- (a) Valitse yhden sivun pituus muuttujaksi (kuten x).
- (b) Esitä muiden sivujen pituudet muuttujan avulla.
- (c) Esitä suorakulmion pinta-ala muuttujan avulla.
- (d) Etsi pinta-alan suurin mahdollinen arvo.

9. Integroi muuttujan x suhteen (etsi kaikki primitiivit): $4; 12x; -x/3; 42x^{41}; 15x^2; 15x^3$.

10. Integroi muuttujan t suhteen eli etsi kaikki primitiivit:

$$t^{1/7}; t^{3/7}; t^{-7}; \sqrt[4]{t}; 2t^{-11}; 5t^{3/5}; 2t^{-1}$$

11. Luvun p Hölder-konjugaatti on luku q , joka toteuttaa allaolevan yhtälön. Laske seuraavien lukujen Hölder-konjugaatit: $2; 3; 4; 4/3; 7/2$.

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1.$$