

Matematiikan peruskurssi
Harjoitukset 4
16.2.2017

Olkoon

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 12 & 3 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 4 \\ -2 & 1 & 2 \end{bmatrix},$$
$$D = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{ja} \quad E = \begin{bmatrix} -4 & 2 & 0 & 4 \\ 2 & 0 & 4 & 4 \\ 6 & -2 & 2 & -2 \\ 9 & -2 & 2 & 1 \end{bmatrix},$$

-
1. Laske $\det E$. (Muista laskemista helpottavat rivi-/sarakeoperaatiot!)
 2. Laske $\det D$, $\det(DD^T)$, ja $\det(D^T D)$, jos mahdollista. Laske tai päättele lisäksi käänteismatriisit matriiseille D , DD^T , $D^T D$, jos mahdollista.
 3. Laske A^{-1} .
 4. Laske B^{-1} .
 5. Laske $(AB)^{-1}$.
(Vihje: käänteismatriisin laskusäännöistä voi olla apua)
 6. Laske $\det(EE^T)$ ja $\det(E^T E)$.
(Vihje: determinantin laskusäännöistä voi olla apua)
 7. Ratkaise käänteismatriisin avulla lineaarinen yhtälöryhmä

$$\begin{cases} 6x_1 + 12x_2 + 3x_3 = 3 \\ -x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + 3x_2 = 1 \end{cases}$$

8. Ratkaise Gauss-Jordanin menetelmällä lineaarinen yhtälöryhmä

$$\begin{cases} x_1 + x_3 + x_4 = 3 \\ x_2 + 3x_4 = 6 \\ 3x_1 + x_2 = 0 \\ 5x_1 + 3x_2 + x_4 = -1 \end{cases}$$

9. Ratkaise lineaarinen yhtälöryhmä

$$\begin{cases} x_1 & & +x_3 & =1 \\ 3x_1 & +2x_2 & +x_3 & =8 \\ -x_1 & & +3x_3 & =0 \\ & 2x_2 & +4x_3 & =6 \end{cases}$$

10. Ratkaise lineaarinen yhtälöryhmä

$$\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 17 \\ & 2x_2 + 2x_3 & = 4 \\ 6x_1 & & +6x_4 = 24 \end{cases}$$

(11*). Olkoon

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Laske

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

ja

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Laske sen suunnikkaan pinta-ala, jonka kärkipisteet ovat $(0, 0)$, (x_1, x_2) , (y_1, y_2) , ja $(x_1 + y_1, x_2 + y_2)$. Vertaa tätä pinta-alaa lukuun $\det A$. Entä jos onkin

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}?$$