

Matematiikan peruskurssi
Harjoitukset 3
9.2.2017

Tehtävissä 1-6 käytetään matriiseja:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 1 \\ 4 & 0 & 1 \\ 0 & 5 & 2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix},$$

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 4 \\ 3 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad E = [4 \ 5 \ 1 \ 1 \ 2] \quad \text{ja} \quad F = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

1. Mitkä ovat matriisien A , B , C , D , E ja F dimensiot eli tyypit eli rivien ja sarakkeiden lukumäärät? Onko joku niistä rivi- sarake- tai neliömatriisi? Entä diagonaalimatriisi? Symmetrinen?

2. Laske

(a) $A + B$

(b) $B - C$

3. Laske $C - 5A - 5B$ ja $D + A$, jos laskeminen on mahdollista.

4. Laske AD .

5. Laske

(a) D^T

(b) A^T

(c) $D^T A^T$ (Vihje: transpoosin laskusäännöistä voi olla apua)

6. Laske

(a) EF

(b) FE

7. Olkoon

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 4 & 0 & 1 \\ 0 & -3 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{5} & 0 \\ 3 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 15 & -1 & 0 \\ 5 & 5 & 4 \end{bmatrix}.$$

Laske $5AB - AC$ ja $5BA - CA$. (Vihje: matriisien laskusääntöjä saa käyttää)

8. Laske determinantit

(a) $\det \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

(b) $\det \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 4 \\ -2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$.

9. Olkoon $C = \begin{bmatrix} c_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & c_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & c_{nn} \end{bmatrix}$.

Laske (tai *b*-kohdassa arvaa) diagonaalimatriisin C determinantti $\det C$, kun

(a) $n = 3$

(b) $n > 3$

(10*). Etsi 2×2 -matriisit A , B , C , ja D joille pätee

(a) $AB \neq BA$,

(b) $CD = 0$, mutta $C \neq 0$ ja $D \neq 0$ (huomaa, että tässä "0" tarkoittaa 2×2 -matriisia jonka kaikki alkiot ovat nollia).