Matematiikan peruskurssi: kaavoja tenttiin[1]

Kaavoja lukujono- ja korkolaskuista

Aritmeettinen lukujono $a_i = a_1 + (i-1)d$ ja summa $S_n = n\frac{a_1+a_n}{2}$.
Geometrinen lukujono $a_i = a_1 q^{i-1}$ ja summa $S_n = a_1\frac{1-q^n}{1-q}$.
Kasvanut pääoma n:n korkojakson kuluttua on $K_n = \left(1+\frac{p}{100}\right)^n K_0$ ja alkuperäinen pääoma $K_0 = \frac{K_n}{\left(1+\frac{p}{100}\right)^n}$.

$$\text{Tasaerälaina: tasaerä} = A = N \cdot \frac{\left(1+\frac{p}{100\cdot m}\right)^n \cdot \frac{p}{100\cdot m}}{\left(1+\frac{p}{100\cdot m}\right)^n - 1},$$

missä N = lainan määrä, p = korkokanta, n = takaisinmaksuerien lukumäärä ja m = takaisinmaksuerien lukumäärä korkojakson aikana.

Lineaarialgebraan liittyviä laskusääntöjä

$$\begin{array}{cccc} (A^\mathsf{T})^\mathsf{T} = A & (rA)^\mathsf{T} = rA^\mathsf{T} & (A+B)^\mathsf{T} = A^\mathsf{T} + B^\mathsf{T} & (AC)^\mathsf{T} = C^\mathsf{T} A^\mathsf{T} \\ AA^{-1} = A^{-1}A = I & \det A^{-1} = \frac{1}{\det A} & (A^{-1})^{-1} = A & (AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1} \end{array}$$

Derivoimissääntöjä

$$\begin{array}{ccc} Dx^r = rx^{r-1} & De^x = e^x & D\ln x = \frac{1}{x} \\ D\sin(x) = \cos(x) & D\cos(x) = -\sin(x) & D\tan(x) = 1 + \tan(x)^2 \end{array}$$

$(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$
$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g(x)^2}$
$Dg(f(x)) = (g\circ f)'(x) = (g'\circ f)(x)f'(x) = g'(f(x))f'(x)$

Integroimissääntöjä

$\int x^r \mathrm{d}x = \frac{1}{r+1}x^{r+1} + C$ kun $r \neq -1$, $\int \frac{1}{x}\mathrm{d}x = \ln|x| + C$, $\int e^x \mathrm{d}x = e^x + C$,
$\int \sin(x)\mathrm{d}x = -\cos(x) + C$, $\int \cos(x)\mathrm{d}x = \sin(x) + C$
Osittaisintegrointi: $\int f'(x)g(x)\mathrm{d}x = f(x)g(x) - \int f(x)g'(x)\mathrm{d}x$
Integrointi sijoituksen avulla:
$\int g(\underbrace{f(x)}_{=t})\underbrace{f'(x)\mathrm{d}x}_{=\mathrm{d}t} = \int g(t)\mathrm{d}t = G(f(x))$ tai $\int f(\underbrace{x}_{g(t)})\underbrace{\mathrm{d}x}_{g'(t)\mathrm{d}t} = \int f(g(t))g'(t)\mathrm{d}t$.

Määrätty integraali: $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = \Big/_a^b F(x) = F(b) - F(a)$

-osittaisintegroinnilla $\int_a^b f'(x)g(x)\mathrm{d}x = \Big/_a^b f(x)g(x) - \int_a^b f(x)g'(x)\mathrm{d}x$

-sijoituksella $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = \int_{g^{-1}(a)}^{g^{-1}(b)} f(g(t))g'(t)\mathrm{d}t$.

Differentiaaliyhtälöiden ratkaisuun

$y'(x) = f(x) \quad \to \quad y(x) = F(x) + C$
$y'(x) = \frac{g(x)}{h(y(x))} \quad \to \quad H(y(x)) = G(x) + C, \quad C \in \mathbb{R}$
$y'(x) + f(x)y(x) = g(x) \quad \to \quad y(x) = \left(\int e^{F(x)}g(x)\mathrm{d}x + C\right)e^{-F(x)}, \quad C \in \mathbb{R}$

[1] Tämä kaavakokoelma tulee olemaan tentissä kysymyspaperin kääntöpuolella