

Vektorifunktioiden analyysi 2A

Harjoitus 7, 3.3.2017

Ajat ja paikat: klo 10-12 ja klo 12-14 salissa MaA210

1. Tutki suppeneeko integraali

$$\int_A \frac{x^2}{(y-1)^{\frac{2}{3}}},$$

kun $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < x < 3, 0 < y < 1\}$.

2. Määritä, jos mahdollista, epäoleellisen integraalin

$$\int_1^\infty \int_0^x \frac{e^{-\frac{y}{x}}}{x^3} dy dx$$

arvo.

3. Tutki napa- ja pallokoordinaatteja käyttäen millä parametrin $\alpha > 0$ arvoilla integraalit

(a)

$$\int_{B^2(0,1)} \frac{1}{(x^2 + y^2)^\alpha} d(x, y)$$

(b)

$$\int_{B^3(0,1)} \frac{1}{(x^2 + y^2 + z^2)^\alpha} d(x, y, z)$$

suppenevat.

4. Tutki suppeneeko integraali

$$\int_A \frac{z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{5}{2}}},$$

kun $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 < x^2 + y^2 < 1, z > 1\}$.

5. Tutki, suppeneeko epäoleellinen integraali

$$\int_A \frac{x-y}{(x^2 + y^2)^2},$$

kun $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 > 1, y > 0\}$.

6. Osoita, että epäoleellinen integraali

$$\int_D \frac{e^{x^2+y^2}}{x-y} d(x, y)$$

missä $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < x < 1, 0 < y < x\}$, hajaantuu.
(Ohje: arvioi.)

7. Tutki suppeneeko integraali

$$\int_A x^{-\frac{3}{2}} e^{y-x},$$

kun $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x > 0, 0 < y < x\}$.