

MATP100 Johdatus matematiikkaan

Harjoitus 2, 5.9.2017

- Osoita, että kaikille reaaliluvuille a, b, c pätee $|a - c| \leq |a - b| + |b - c|$.
- Muodosta seuraavien väitelauseiden negaatiot. Ovatko väitteet tosia?
 - $\pi \geq 4$.
 - Kaikki autot ovat punaisia.
 - Kaikille $n = 1, 2, 3, \dots$ pätee, että $\frac{n}{2}$ on kokonaisluku.
 - Jollekin reaaliluvulle x pätee $x^2 = 2$.
- Jos n on kokonaisluku ja n^3 on pariton, osoita, että n on pariton.
 - Olkoon x reaaliluku, jolle pätee $x^2 + 5x < 0$. Osoita, että $x < 0$.
(*Vihje.* Epäsuora todistus.)
- Olkoon n positiivinen kokonaisluku. Todista, että $3 \mid n$ jos ja vain jos luvun n numeroiden summa (10-järjestelmäesityksessä) on jaollinen luvulla 3. Onko luku 47 648 054 jaollinen luvulla 3?
- Kirjoita luennoilla esitetyn lauseen ”Alkulukuja on äärettömän monta” todistus sellaiseen muotoon, että ymmärrät varmasti kaikki vaiheet.
- Osoita, että jos $2^n - 1$ on alkuluku, niin n on alkuluku. (*Vihje.* Epäsuora todistus, käytä kaavaa $x^m - y^m = (x - y)(x^{m-1} + x^{m-2}y + \dots + y^{m-1})$.)
- Todista, että rationaalilukujen x ja y summa ja tulo ovat rationaalilukuja.
- Osoita, että $\sqrt{3}$ on irrationaalinen. (*Vihje.* Matki todistusta $\sqrt{2}$:lle.)
- Todista seuraavat väitteet induktiolla:
 - $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 3) + (2n - 1) = n^2$ kaikille $n = 1, 2, 3, \dots$
 - $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{1}{6}n(n + 1)(2n + 1)$ kaikille $n = 1, 2, 3, \dots$
 - $2^n \geq n^2$ kaikille $n \geq 4$
 - $5 \mid n^5 - n$ kaikille $n \geq 2$
- Todista vahvalla induktiolla aritmetiikan peruslause: jokainen $n \geq 2$ voidaan kirjoittaa muodossa $n = p_1 \cdots p_k$, missä p_1, \dots, p_k ovat alkulukuja ja $k \geq 1$.

Käännä!

11. Opettele kreikkalaiset aakkoset. Kirjoita oma koko nimesi näillä aakkosilla (käytä lähinnä vastaavia kirjaimia, alkukirjaimet isoilla ja muut pienillä kirjaimilla).

Greek Alphabet

A α **B** β **Γ** γ **Δ** δ **E** ϵ **Z** ζ
Alpha Beta Gamma Delta Epsilon Zeta

H η **Θ** θ **I** ι **K** κ **Λ** λ **M** μ
Eta Theta Iota Kappa Lambda Mu

N ν **Ξ** ξ **O** \omicron **Π** π **P** ρ **Σ** σ
Nu Xi Omicron Pi Rho Sigma

T τ **Υ** υ **Φ** ϕ **X** χ **Ψ** ψ **Ω** ω
Tau Upsilon Phi Chi Psi Omega
