

MATP100 Johdatus matematiikkaan

Harjoitus 2, 11.9.2018

- Osoita, että kaikille reaaliluvuille x pätee $|-x| = |x|$.
- Muodosta seuraavien väitelauseiden negaatiot. Ovatko väitteet tosia?
 - $\pi \geq 4$.
 - Kaikki autot ovat sinisiä.
 - Jollekin reaaliluvulle x pätee $x^2 = 3$.
- Jos n on kokonaisluku ja n^3 on pariton, osoita, että n on pariton.
 - Olkoon x reaaliluku, jolle pätee $x^2 + 2x < 0$. Osoita, että $x < 0$.
(*Vihje.* Epäsuora todistus.)
- Todista, että rationaalilukujen x ja y summa ja tulo ovat rationaalilukuja.
- Osoita, että $\sqrt{3}$ on irrationaalinen. (*Vihje.* Matki todistusta $\sqrt{2}$:lle.)
- Todista seuraavat väitteet induktiolla:
 - $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 3) + (2n - 1) = n^2$ kaikille $n = 1, 2, 3, \dots$
 - $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{1}{6}n(n + 1)(2n + 1)$ kaikille $n = 1, 2, 3, \dots$
 - $2^n \geq n^2$ kaikille $n \geq 4$
- Opettele kreikkalaisia aakkosia tämän paperin kääntöpuolelta. Kirjoita oma koko nimesi näillä aakkosilla (käytä lähinnä vastaavia kirjaimia, alkukirjaimet isoilla ja muut pienillä kirjaimilla).
- (*) Olkoon n positiivinen kokonaisluku. Todista, että $3 \mid n$ jos ja vain jos luvun n numeroiden summa (10-järjestelmäesityksessä) on jaollinen luvulla 3. Onko luku 47 648 054 jaollinen luvulla 3?
- (*) Kirjoita luennoilla esitetyn lauseen ”Alkulukuja on äärettömän monta” todistus sellaiseen muotoon, että ymmärrät varmasti kaikki vaiheet.
- (*) Todista vahvalla induktiolla aritmetiikan peruslause: jokainen $n \geq 2$ voidaan kirjoittaa muodossa $n = p_1 \cdots p_k$, missä p_1, \dots, p_k ovat alkulukuja ja $k \geq 1$.

Käännä!

Greek Alphabet

Α α Β β Γ γ Δ δ Ε ε Ζ ζ
Alpha Beta Gamma Delta Epsilon Zeta

Η η Θ θ Ι ι Κ κ Λ λ Μ μ
Eta Theta Iota Kappa Lambda Mu

Ν ν Ξ ξ Ο ο Π π Ρ ρ Σ σ
Nu Xi Omicron Pi Rho Sigma

Τ τ Υ υ Φ φ Χ χ Ψ ψ Ω ω
Tau Upsilon Phi Chi Psi Omega