

**MATA200 Kompleksilaskenta**  
**Harjoitustehtävät 1, ke 22.5.2019**

1. Imaginaariyksiköllä  $i$  on perusominaisuus  $i^2 = -1$ .  
Laske, mitä ovat  $i^3, i^4, i^5$ . Millaista yleistä sääntöä  $i^n$  noudattaa, kun  $n$  on positiivinen kokonaisluku?
2. Olkoot  $z = 1 + i$  ja  $w = -3 + 4i$ .
  - (a) Mitkä ovat lukujen  $z$  ja  $w$  reaali- ja imaginaariosat?
  - (b) Laske  $1/w, z + w, zw$  sekä  $z/w$ .
3. Laske kompleksiluvun  $z = 4 + 5i$  modulin neliö  $|z|^2$ . Laske myös  $z\bar{z}$ .
4. Olkoon  $z_1 = 1 + i$  ja  $z_2 = 3i$ .
  - (a) Laske liittoluvut (kompleksikonjugaatit)  $\bar{z}_1$  ja  $\bar{z}_2$ .
  - (b) Olkoon  $z = z_1 + iz_2$ . Laske  $\bar{z}$ . Onko  $\bar{z} = z_1 - iz_2$ ?
5. Olkoon  $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 1$  ja  $z_1 + z_2 + z_3 = 0$ . Laske  $1/z_1 + 1/z_2 + 1/z_3$ .
6. Lue luentomonisteen sivuilta 17–19 osuus 3.1 Funktiot ja vastaa seuraaviin kysymyksiin.
  - (a) Merkitään  $z = x + iy, x, y \in \mathbb{R}$ . Onko funktio  $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{R}, f(z) = x^2 - y^2$ , surjektio?
  - (b) Entäpä onko (a)-kohdassa määritelty funktio  $f$  injektio tai bijektio?