

KOMPLEKSILASKENTA: LUENNOISTA

JARMO JÄÄSKELÄINEN

1. ENSIMMÄINEN VIIKKO

Luennoilla tutustuttiin kompleksilukuihin $z = x + iy$ ja kompleksitasoon. Erityisesti laskutoimituksiin (yhteen-, vähennys, kerto- ja jakolasku) ja liit-
tolukuihin (eli kompleksikonjugaatteihin).

Kompleksiluvut voidaan tulkita myös xy -tason vektoreina (vektori origosta pisteeseen (x, y)). Tämän yhteyden kautta tarkastelimme kompleksilukujen geometriaa, varsinkin modulia, argumenttia ja kompleksiluvun napakoordinaattiesitystä.

Luentomonisteesta olemme käsitelleet sivut 1–13 ja laskuharjoituksissa 3.1 Funktiot -osuuden sivuilta 17–19.

2. TOINEN VIIKKO

Tutustuimme juuriin eli yhtälön $z^n = a$ ratkaisemiseen annetulla kokonaisluvulla $a \neq 0$. Lisäksi tutustuimme eräisiin kompleksitason osajoukkoihin ja funktioista konformisiin lineaarikuvauksiin (eli kompleksiaffineihin funktioihin) sekä polynomeihin. Nämä ovat sivuilla 13–22 ja 29–30 luentomonisteessa.

Keskiviikon aiheena olivat kompleksinen derivoituvuus ja Cauchyn-Riemannin yhtälöt 32–36.

3. KOLMAS VIIKKO

Määriteltiin analyyttiset funktiot, sivu 37. Tutustuttiin joihinkin alkeisfunktioihin ja niiden derivoimiseen (kompleksinen eksponenttifunktio, kompleksinen logaritmi, trigonometriset funktiot, potenssi- ja juurifunktiot, sivut 22–29 ja 38–41).

4. NELJÄS VIIKKO

Käsiteltiin kompleksista polkuintegraalia

$$\int_{\gamma} f(z) dz = \int_a^b f(\gamma(t))\gamma'(t) dt$$

yli paloittain säännöllisen polun $\gamma : [a, b] \rightarrow \mathbb{C}$ ja integraalia kaarenpituuden suhteen

$$\int_{\gamma} f(z) |dz| = \int_a^b f(\gamma(t))|\gamma'(t)| dt$$

(sivut 41–46).

Integraaleihin liittyen käytiin myös lävitse integraalifunktio, Cauchy-Goursatin lause (5.28) ja Cauchyn integraalikaava (6.5) (sivut 46–51).

Residylaskentaa silmällä pitäen määrittelimme poistuvat erikoispisteet ja navat (sivut 52–54).

5. VIIDES VIIKKO

Residylaskentaa (sivut 54–59) ja kertausta.