

Harjoitustehtävät 1

1. Seuraavassa taulukossa on annettu todennäköisyydet $P(E \cap F)$, $P(E \cap F^C)$, $P(E^C \cap F)$ ja $P(E^C \cap F^C)$, missä $E^C = \Omega \setminus E$ on E:n komplementtitapahtuma:

	E	E^C	
F	0.10	0.05	
F^C	0.50	0.35	

- Laske todennäköisyydet a) $P(E)$, $P(E^C)$, $P(F)$, $P(F^C)$ ja
 b) $P(E|F)$, $P(E|F^C)$, $P(F|E)$, $P(F^C|E)$.
 c) Ovatko tapahtumat riippumattomia?

2. Tarkastellaan tapahtumia E , E^C , F ja F^C . Oletetaan, että $P(E) = 0.2$, $P(F|E) = 0.8$ ja $P(F|E^C) = 0.4$. Täydennä taulukko.

	E	E^C	
F			
F^C			
	0.20		

3. Oletetaan, että uhkapelissä panos on 1000 e ja voittosumma on 40 000 e. Mikä on vedonlyöntisuhde ω ? Entä mikä on voiton todennäköisyys $P(E|H)$, kun peli on reilu?
4. Noin $1/125$ kaikista synnytyksistä on sellaisia, jossa syntyy ei-identtiset kaksoset ja $1/300$ sellaisia, jossa syntyy identtiset kaksoset. Elviksellä oli kaksoisveli. Millä todennäköisyydellä Elvis oli identtinen kaksonen? (Oletetaan, että pojan syntymän todennäköisyys on $1/2$.)
5. Oletetaan, että $P(E \cap H) > 0$. Mikä on $P(E)/P(H)$, jos $P(E|H) = P(H|E)$?

6. Tiedetään, että tietyn tyyppisistä rakennuksista joka kolmannessa on kosteusvaurio. Jos rakennuksessa on kosteusvaurio, käytössä oleva testausmenetelmä havaitsee sen todennäköisyydellä 0.4. Jos kosteusvauriota ei ole, testi antaa aina negatiivisen tuloksen.
- a) Mikä on todennäköisyys, että rakennuksessa on kosteusvaurio, jos testi antaa negatiivisen tuloksen (eli merkkejä kosteusvauriosta ei löydy)?
 - b) Mikä on todennäköisyys, että testi antaa positiivisen tuloksen (eli ilmaisee kosteusvaurion)?
7. (jatkoa edelliseen tehtävään) Oletetaan, että testi toistetaan kolme kertaa ja toistojen tulokset ovat toisistaan riippumattomia.
- a) Mikä on todennäköisyys, että rakennuksessa on kosteusvaurio, jos kaikki kolme testauskertaa antavat negatiivisen tuloksen?
 - b) Mikä on todennäköisyys, että ainakin yhdellä testauskerralla testi antaa positiivisen tuloksen?
8. Pöydällä on kolme noppaa. Kaksi niistä on virheettömiä, ts. silmäluvut ovat 1,2,3,4,5,6. Yhdessä silmäluvut sen sijaan ovat 1,2,2,3,3,3. Valitset satunnaisesti nopan ja heität sitä. Laske todennäköisyydet
- a) $P(\text{noppa on virheellinen} \mid \text{silmäluku} = 1)$
 - b) $P(\text{noppa on virheellinen} \mid \text{silmäluku} = 2)$
 - c) $P(\text{noppa on virheellinen} \mid \text{silmäluku} = 3)$
 - d) $P(\text{noppa on virheellinen} \mid \text{silmäluku} = 4)$

Mitä voit sanoa eri silmälukujen informatiivisuudesta koskien nopan virheellisyyttä?