

Tässä harjoituksessa tehdään .wxm tiedosto, joka palautetaan raporttina kurssin Koppa-kotisivulla. Muista strukturoida dokumenttisi väliotsikoin ja kommentein, sekä tallentaa se riittävän usein. **Palautus to 12.11 klo 12.15 mennessä.** Apua saa harjoituksissa (myös harjoitusten Zoom-kanavalla <https://jyufi.zoom.us/j/65494396044> harjoitusten aikaan). **Pyyntö: palauttaa raportti Koppaan vasta samalla viikolla kuin DL on, jotta eri viikkojen palautukset pysyvät Kopassa erillään.**

1. Käynnistä wxMaxima, kirjoita ikkunaan laskutoimitukseksi vaikka 1+1, päättää syöterivi puolipisteeseen ( ; ) ja suorita laskutoimitus painamalla shift + enter.
2. Kokeile laskea pari vaativampaa laskutoimitusta wxMaximassa. Kertolasku onnistuu merkillä \*, jakolasku / ja potenssiinkorotus joko ^ tai \*\*.
3. Laske wxMaximassa lukujen  $\frac{1}{8}$  ja  $\frac{3}{5}$  summa ja tulo, ja sitten saadun tulon kolmas potenssi.
4. **wxMaxima-dokumentin muotoilu.** Tässä tehtävässä käydään läpi toivottu tapa muotoilla palautettavat .wxm-tiedostot. Siirry wxMaximassa dokumentin alkuun ja vie hiiri aivan ensimmäisen syötesolun yläpuolelle. Napauta oikealla hiirinäppäimellä ja valitse ilmestyvästä valikosta Cell→Insert Title Cell niin saat annettua dokumentillesi otsikon. Laita otsikoksi vaikka *Tietokoneavusteinen matematiikka, harjoitus 2*.

Lisää samalla tavalla otsikkosolut jokaiselle tehtävälle jota teet tällä kurssilla, otsikoi ne esimerkiksi *Tehtävä 3* jne. Käytä pienempää otsikkoa tehtävälle kuin koko harjoitukselle. Voit myös käyttää Insert Section Cell-ympäristöä tehtävien otsikkoihin halutessasi, tosin nämä wxMaxima numeroi automaattisesti.

Tarpeen mukaan voit eri syötesolujen väliin lisätä kommentteja lisäämällä tekstisolun Cell→Insert Text Cell. Vaikka syötesolut ja tekstisolut eivät ulkoisultaan poikkea paljoa toisistaan, ei syötesoluja tule käyttää muuhun tarkoitukseen kuin siihen, mihin ne on tarkoitettu.

On tärkeää tallentaa tekosiään ja varustaa ne omalla nimellä. Tallenna dokumentti (File→Save As) wxMaxima wxm-muodossa nimellä (toki omaa sukunimeäsi käyttäen) SL\_harjoitus\_2\_sukunimi.wxm. Kun olet tallentanut, sulje dokumentti avaa se uudelleen. Aukeavasta dokumentista puuttuvat tulokset, vain syötteet ja otsikot säilyvät. Valitse Cell→Evaluate All Cells niin saat tulokset takaisin.

Jos haluat tallentaa dokumenttiasi kopion, jossa mukana kulkevat myös tulokset, tallenna dokumentti wxMaximan wxmx-muodossa (File→Save As; alkuperäinen wxm-dokumentti kannattaa säilyttää). Tallennusmuotona wxm on parempi, koska ne ovat tavallisia tekstidokumentteja, joita voi lukea millä tahansa tekstieditorilla; wxmx-dokumentit ovat binäärisiä xml-tiedostoja, joiden avaamiseen käyvät vain tietyt ohjelmat (mm. wxMaxima).

Dokumentissa pitäisi olla neljänlaisia soluja: komentoja, tekstiä, otsikko ja väliotsikoita.

5. Testaa avun etsimistä komennoilla

```
? float, ?? float, example(diff), apropos("diff").
```

Muista myös manuaalin pdf-versio, joka löytyy kurssin kotisivulta.

6. Pitkissä laskuissa on tärkeää käyttää *muuttujia* pitämässä aiempien laskujen tuloksia mukana. Suure lauseke tallennetaan muuttujaan nimi komennolla `nimi:lauseke`.

Aseta muuttujien `luku1` ja `luku2` arvoiksi luvut  $\frac{1}{8}$  ja  $\frac{3}{5}$ , laske näitä nimiä käyttäen lukujen summa ja tulo asettamalla tulokset suoraan muuttujiin `summa` ja `tulo`. (Ääkkösiä nimeämisessä on syytä välttää.)

Laske tulon kolmas potenssi, ja edelleen lisää tähän aiemmin saatu summa. Laske lopuksi tuloksesta likiarvo.

7. Muuttujiin voi myös sijoittaa matemaattisia lausekkeita konkreettisten arvojen sijaan. Esimerkiksi edellisessä tehtävässä laskettu lauseke on matemaattisessa muodossaan  $(xy)^3 + x + y$ . Sijoita tämä lauseke muuttujaan `z`.

Lausekkeiden konkreettisia arvoja voidaan sitten laskea esimerkiksi `ev` -komennolla (`evaluate`), jonka syntaksi on `ev(z, x=a, y=b)`. Vaihtoehtoisesti voi käyttää komentoa `subst([x=a, y=b], z)`.

Laske vielä lausekkeen `z` arvo, kun  $x = 1/8$  ja  $y = 3/5$ .

8. Sievennä

$$\frac{x+1}{x} - \frac{x+2}{x+1}$$

wxMaximassa.

*Vihje:* wxMaximasta löytyy sopivia sieventämiskomentoja valikosta `Simplify`.

9. Miten sievenee lauseke

$$\frac{\tan x + \tan y}{\tan x - \tan y} ?$$

Vinkki: Kokeile valikosta löytyviä komentoja trigonometristen lausekkeiden sieventämiseen.

10. Logaritmin laskusääntöjä muistelemalla lauseke

$$\frac{(\log(x^2 + 6x + 9) - \log(x + 3))^p}{(\log(x + 3))^{\frac{p}{2}}}$$

sievenee helposti muotoon  $(\log(x+3))^{p/2}$ . Maxima ei kuitenkaan tunnu osaavan tätä automaattisesti.

Nimeä tämä lauseke. Huomaat, että Maxima ei automaattisesti sievennä sitä. Sieventämiseen tarvitaan erityinen komento. Kokeile juurilausekkeiden (engl. "radicals") ja logaritmien sieventämiseen tarkoitettua komentoa.

11. **Lauseke ja funktio.** Funktio  $f$  ja funktion lauseke  $f(x)$  ovat kaksi eri asiaa, niin matematiikassa kuin Maximassakin. Määrittele funktio  $f(x) = x^3 - 5$  sekä lausekkeena (`lauseke: x^3-5`) että funktiona (`f(x) := x^3-5`).

Mitä Maxima antaa, kun kysyt mitä on `f(y)`? (Tätä ennen kannattaa varmistaa, että `y` on vapautettu edellisen tehtävän jäljiltä. Kaiken tappaminen (`kill(all)`) auttaa.) Miten saat vastaavan tuloksen käyttäen lauseketta `lauseke` funktion `f` sijaan?

Mikä on funktion  $f$  arvo pisteessä 3? Laske molemmilla tavoilla.

*Lisäpohdintaa:* On hyvä miettiä milloin Maximassa halutaan käyttää lausekeita ja milloin taas funktioita. Tällä kurssilla peruseriaate on, että lausekkeita käytetään silloin kun halutaan tehdä jollekin matemaattiselle lausekkeelle matemaattisia toimenpiteitä kuten sieventämistä, derivointia/integrointia tai kuvaajan piirtämistä. Funktio taas Maximassa voi olla hyvinkin yleinen kapine, kuten esimerkiksi sievennystehtävissä nähtiin (niissähän käytettiin Maximian valmiita sieventämisfunktioita kuten `expand()`).

12. Harjoitellaan vielä vähän laskentoa Maximalla:

- (a) Jaa tekijöihin lauseke  $x^5 + 3x^4 + x^3 + 3x^2 - 2x - 6$ . Mitkä ovat tämän polynomien (reaaliset) nollakohdat? Vihje: `factor`.  
(b) Sievennä  $\sqrt{4x^2 + 12x + 9}$ . Onko tulos ”oikein”?  
(c) Määritä Maximiaan lausekkeet  $2x^2 - 1 + 2x\sqrt{x^2 - 1}$  ja  $\frac{1}{2}(e^y + e^{-y})$ . Sijoita nyt ensimmäiseen lausekkeeseen jälkimmäinen lauseke  $x$ :n paikalle esimerkiksi `subst`-komennolla. Sievennä lopputulos (esim. `radcan` pitäisi tepsä tässäkin).

13. **Piirtämistä** Tässä tehtävässä tutustutaan Maximian piirtotyökaluihin. Tutustu funktioon `plot2d` esimerkiksi ohjeen kautta, ja piirrä mieleisesi funktio sillä jollain välillä. Tee sama `wxMaximan` omalla työkalulla `wxplot2d`, syntaksi on sama. Miten nämä eroavat toisistaan?

14. Olkoon annettu seuraava datajoukko listana

`[[1, 2.94], [2, 4.33], [3, 5.18], [4, 6.14], [5, 6.52]].`

Määrittele tämä datajoukko muuttuunaan Maximassa ja piirrä siitä kuva käyttäen `plot2d` komentoa (esimerkkejä löytyy manuaalista). Kuvassa näyttää, että pisteet sijoittuvat melkein funktion  $c\sqrt{x}$  kuvaajalle, missä  $c$  on joku vakio. Piirrä myös tämä funktio kuvaan ja selvitä esim. kokeilemalla mikä vakion  $c$  arvo antaa hyvän approksimaation.

*Vihje.* Diskreetin datajoukon piirtämiseen kannattaa lisätä piirtokomentoon asetus `[style, points]` niin saat pisteet erikseen. Jos haluat samaan kuvaan pisteet sekä kuvaajan, asetus kannattaa olla tyyliin `[style, points, lines]`.

15. **Koonti.** Tarkista, että dokumenttisi on `wxMaximassa` muotoiltu tehtävän 4 ohjeiden mukaisesti. Tallenna viimeisin versio `.wxm`-muodossa ja palauta tämä `.wxm`-tiedosto Kopassa.