

Muista strukturoida dokumenttisi väliotsikoin ja kommentein, sekä tallentaa se riittävän usein. Tallentakaa tällä kertaa ja jatkossa viimeinen versio pdf-muodossa, ja palauta pdf. **Palautus to 26.11 klo 12.15 mennessä.** Pyyntö: palauttakaa raportti Koppaan vasta samalla viikolla kuin DL on, jotta eri viikkojen palautukset pysyvät Kopassa erillään.

1. Olemme jo nähneet pari komentoa yhtälöiden ratkaisemiseen Maximassa. Polynomi yhtälöiden ratkaisuun löytyy myös komentoja nimeltä `algsys`, `nroots` ja `allroots`. Selitä, mitä nämä komennot tekevät. Ratkaise jollain näistä yhtälö $x^5 + 7x + 1 = 0$. Testaa myös, toimiiko `solve`.

2. Ratkaise (esim. `algsys`-komennolla) yhtälöpari

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ y = -3x + 1. \end{cases}$$

3. Piirrä funktion $f(x) := e^x \sin(2x) + e^{x/2} \cos x$ ja sen derivaatan $f'(x)$ kuvaajat. Etsi yhtälölle $f'(x) = 0$ eräs ratkaisu likimääräisimän menetelmän, esimerkiksi komennolla `find_root`. Käytä derivaatan kuvaajaa apuna. Laske myös funktion arvo löytämässäsi derivaatan (likimääräisessä) nollakohdassa.
4. **Vektorit ja Matriisit.** Ennen matriiseilla laskemista kannattaa komentaa `load("eigen");` Maximassa, niin saat pari olennaista funktiota käyttöösi. Määrittele Maximassa vektori v ja matriisi A seuraavasti:

$$v = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

`v:covect([5,-2]);` `A:matrix([0,2],[1,0]);`

Maximassa matriisitulon merkki on `.` eli pelkkä piste. Laske matriisitulo Av . Kokeile vielä mitä tekee komento `transpose`. Laske mitä on $v^T Av$.

5. Etsi edellisen tehtävän matriisin A ominaisarvot ja ominaisvektorit.
6. Maximalle vektorin voi esittää kolmella eri tavalla: listana, vaakavektorina ja pystyvektorina. Tässä tehtävässä opetellaan muuttamaan vektori esitystavasta toiseen.

- Vaaka- ja pystyvektoreiden välinen muutos onnistuu komennolla `transpose`.
- Listasta L saa vaakavektorin komentamalla `matrix(L)`.
- Vaakavektorista v saa listan komennolla `first(v)`, joka poimii annetun matriisin ensimmäisen rivin. Myös `part(...,1)` ajaa saman asian.

Määrittele vektori $a = (1, 2, 3)$ pystyvektorina, $b = (3, 4, 5)$ vaakavektorina ja $c = (5, 6, 7)$ listana. Muuta a vaakavektoriksi ja listaksi. Muuta b pystyvektoriksi ja listaksi. Muuta c pysty- ja vaakavektoriksi.

7. Olkoon

$$C = \begin{pmatrix} -2 & -2 & -4 \\ -3 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ratkaistaan yhtälöryhmä $Cv = 0$, missä $v = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$, ratkaisujen joukko. Tällainen olio (Cv on sarakematriisi) ei kuitenkaan kelpaa Maximian `solve`-komennolle, vaan se pitää ensin muuttaa listaksi, joka sisältää yhtälöryhmän. Muuta aluksi Cv listaksi cv . Muodosta sitten yhtälöryhmä: Apuun käy komento `map("=", cv, [0,0])`. Ratkaise saatu yhtälöryhmä.

8. Halutaan laskea summa $\sum_{j=1}^{10} a_j$, missä a_j :t ovat lukuja. Jos luvut a_j on tallennettu listaan nimeltä `a` Maximaan, niin tämä voidaan tehdä käyttäen komentoa `sum`:

```
sum(a[j], j, 1, 10);
```

Toinen tapa laskea summa on käyttää `for`-silmukkaa: Alustetaan ensin summalle `s` arvo nolla:

```
s:0;
```

Haluttu summa voidaan nyt laskea komennolla

```
for j:1 thru 10 do ( s:s+a[j] );
```

Tässä siis ensin alustetaan lausekkeelle `j` arvo 1 ja annetaan sen käydä läpi kokonaislukuarvot 10:een asti ja jokaisen arvon kohdalla suoritetaan komento `s:s+a[j]`. Lopuksi täytyy vielä kysyä Maximalta muuttujan `s` arvo.

Syötä seuraava lista (lämpötilan kuukausikeskiarvoja)

```
lst:[ [1,-8.3], [2,-8.5], [3,-3.8], [4,2.2], [5,8.9], [6,13.7],  
      [7,16.5], [8,14.1], [9,8.8], [10,3.6], [11,-2.0], [12,-6.2] ];
```

Käyttäen molempia edellä mainituista tavoista laske lämpötilan vuosikeskiarvo. Käytä toisessa tapaa `lst[j][2]` ja toisessa komentoa `part` apuna lämpötilan erottamiseksi listasta.

9. Tutustutaan seuraavaksi `if...then`-rakenteen käyttöön. Oletetaan, että `a` on jokin reaaliluku. Komento

```
if a > 0 then print("a on positiivinen");
```

tulostaa tekstin "a on positiivinen", jos lausekkeelle `a` pätee `a > 0`.

Käyttäen edellä olevaa esimerkkiä ja `for`-rakennetta apuna tulosta (komento `print`) edellisen tehtävän listasta esiin ne kuukausi-lämpötila-parit, joissa lämpötilan kuukausikeskiarvo on suurempi kuin vuosikeskiarvo.

10. Jatketaan edellistä tehtävää, mutta tällä kertaa tulostamisen sijaan halutaan tallentaa ehdot täyttävät listan alkiot toiseen listaan. Alustetaan ensin tyhjä lista

```
tmp: [];
```

Tutustu Maximian komentoon `append` (Huomaa erityisesti, että `append` liittyy kaksi listaa yhteen, ei lisää alkioita listaan, kuten monissa ohjelmointikielissä). Käyttäen sitä, tällä kertaa tulostamisen sijaan, lisää ehdot täyttävä pari määrittelemääsi listaan `tmp`.

11. Edellisen tehtävän karsittu lista voidaan muodostaa myös toisella tapaa. Määritellään funktio

```
f(l) := is(l[2] > ka);
```

missä *ka* on siis tehtävässä 8 laskettu vuosikeskiarvo. Laske funktion *f* arvo listan *lst* ensimmäisestä parista.

Nyt käyttäen `sublist`-komentoa saadaan sama lopputulos kuin edeltävässä tehtävässä:

```
sublist(lst, f);
```

12. Vapauta funktio *f*. Komentoja `map` ja `apply` voi käyttää ”Maximamaisemmin” alussa esitettyyn listan *lst* lämpötilakeskiarvon laskemiseen. Kokeile aluksi seuraavia (yksi kerrallaan):

```
map(f, [a,b,c]);
```

```
apply(f, [a,b,c]);
```

Maximassa on myös kummallinen funktio nimeltä `+`, jolle voi antaa niin monta argumenttia kuin tahtoo. Listan `[a,b,c]` summan voi siis laskea esim seuraavasti: `apply("+", [a,b,c])`; . (Voit halutessasi tutkia myös funktioita `*`, `=` ja `-`.) Laske esimerkiksi seuraavat:

```
+(a,b);
```

```
+(12,43,71);
```

Määrittele funktio, joka laskee sille annetun listan summan, ja sitä käyttäen laske lämpötilojen summa listasta *lst*. Huomaa, että tehtävässä joudut erottamaan lämpötilat listasta *lst*. Tässä erottelussa auttaa sopiva funktio *f* yhdessä `map`-komennon kanssa.

13. Käyttäen hyväksi edellistä tehtävää ja Maximaman komentoa `length` määrittele funktio `avg`, joka laskee sille annetun (yksiulotteisen) listan keskiarvon. Miten käyttäen tätä määrittelemääsi funktiota lasket listasta *lst* lämpötilojen keskiarvon?

14. **Koonti.** Tarkista, että dokumenttisi on wxMaximassa kommentoitu ja otsikoitu riittävästi (vrt. viime viikko), ja on muutenkin siisti ja viimeistely, esim mahdolliset ylimääräiset testailut siivottu pois. Tallenna viimeisin versio pdf muodossa (Print valikkoa käyttämällä saa tallennettua pdf:n) ja palauta tämä pdf Kopassa.